



Modelado dinámico y control del proceso de secado de productos agroindustriales

Neftalí Vázquez Espinosa✉, Francisco Beltran-Carbajal, Jorge Ramírez-Muñoz, Humberto Eduardo González-Bravo

Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, Departamento de Energía, Av. San Pablo Xalpa No. 180, Col. Reynosa Tamaulipas, C.P. 02200, Azcapotzalco, Ciudad de México, México. ✉al2203803241@azc.uam.mx

Resumen

En el presente artículo se describe el modelado matemático de la dinámica no lineal del proceso de deshidratación de productos agroindustriales. Se propone también una nueva técnica de control lineal en dos etapas para regular la temperatura que se requiere para el secado eficiente de diferentes productos en secadores híbridos solares de tipo túnel. El diseño del control se basa en un modelo lineal de la dinámica del sistema alrededor de la condición de operación especificada para el secado del producto. Además, se presentan resultados de simulación computacional para confirmar la efectividad de la técnica de control para la deshidratación eficiente de varios productos agroindustriales.

Palabras clave: Control, secado, productos agroindustriales.

Abstract

In this article the mathematical modelling of the nonlinear dynamics of the dehydration process of agro-industrial products is described. A new linear control technique in two stages to regulate the temperature required for the efficient drying of different products in tunnel hybrid solar dryers is proposed as well. The control design is based on a linear model of the system dynamics around the operating condition specified for the product drying. Moreover, computer simulation results to confirm the effectiveness of the proposed control technique for the efficient dehydration of several agro-industrial products are presented.

Keywords: Control, drying, dehydration of agro-industrial products.

1. Introducción

El secado es el método más antiguo de preservación de alimentos practicado por la humanidad. Además, el secado es el proceso más importante para la preservación de frutas y verduras desde que ha tenido un gran efecto en la calidad de los productos secos. El principal objetivo del secado de productos es la reducción en el contenido de humedad a un nivel que permita almacenarlo de forma segura durante un periodo de tiempo extendido [1]. Tradicionalmente esta técnica es utilizada principalmente porque los costos de operación y distribución son bajos. Sin embargo, tiempos largos en el secado son situaciones indeseables por motivos económicos, además que incrementa el riesgo de contaminación y descomposición del producto por la exposición del producto con el ambiente [2]. Para mejorar la calidad de los productos se debe reemplazar las técnicas tradicionales por secadores



industriales tales como secadores solares y de aire caliente. La principal desventaja de los secadores solares son el tiempo limitado de radiación solar y la corta temporada de cosecha de muchos productos. Por otro lado, los secadores de aire caliente son más rápidos, proporcionando uniformidad e higiene, los cuales son especificaciones esenciales para la industria alimentaria y el secado [3].

El constante aumento en la exigencia de la calidad para el producto seco ha puesto las bases para implementar soluciones utilizando técnicas de control avanzadas que puedan ajustar de forma automática y continua los parámetros críticos del proceso. En el pasado, el control de estos parámetros de calidad dependía de la experiencia de los operadores que monitoreaban y ajustaban periódicamente los parámetros del proceso basados en muestras de inspección visual del producto. Los métodos anteriores son inadecuados para la demanda actual de calidad del producto. Los requisitos para cumplir los parámetros de calidad del producto utilizando el control automático son una realidad para la industria, tanto para el sector alimentario como para la agricultura. Donde el contenido de humedad y el contenido de agua son parámetros clave para la calidad. La principal operación unitaria que afecta los parámetros de calidad en estas aplicaciones es el secado. Si el proceso de secado no se ejecuta en una configuración óptima, se reduce la cantidad de producto que la planta pueda tratar, así utilizando un consumo energético mayor del necesario, por lo tanto, la calidad del producto no cumplirá con las condiciones especificadas para su venta. El monitoreo y control automático de la humedad reducirá las variaciones en el contenido de humedad y regulará su contenido a su punto óptimo [4].

La industria alimentaria ha desarrollado diferentes técnicas de secado de alimentos por medio de diversas propuestas. Una de estas técnicas es el secado convectivo, en el cual el calor es transferido al sólido por una corriente forzada de aire caliente mediante el uso de ventiladores o extractores [5,6]. Este proceso de secado cuenta con módulos de temperatura, humedad y velocidad de aire, cada uno de estos módulos tiene su propio sistema de regulación [7,8]. Para lograr el proceso de secado de manera efectiva y eficiente el diseño de los equipos es un factor fundamental para lograrlo, tanto para secadores directos e indirectos. Ejemplo de ello se encuentra en estudios realizados para el secado de rebanadas de naranja en secadores solares pasivos, donde la temperatura ambiente se encontraba alrededor de 19.5°C. Por lo tanto, de acuerdo al diseño y configuración para los tres secadores estudiados para ese caso se consiguieron alcanzar temperaturas de 34, 28 y 40°C. Con esto, el secado para las rebanadas de naranja se logró en 15, 18 y 6 días respectivamente para cada secador, destacando así la gran importancia que tiene el mantener la temperatura durante el todo el proceso [9]. Además, la configuración y operación adecuada implica beneficios económicos al reducir los costos operativos

La aplicación del control en procesos de secado se encuentra presente, por ejemplo, en el control del contenido de humedad de un polvo, el cual es un parámetro crucial para brindar productos estables con una larga vida útil. El control no lineal basado en modelo inferencial ha sido capaz de proporcionar respuestas de control estables en una amplia variedad de condiciones de operación y brindar un aceptable rechazo de perturbaciones, sin embargo, esta técnica aún requiere del uso de las reglas de sintonización [10]. El control de la temperatura manipulando la cantidad de calor es una alternativa para poder el proceso en las mejores condiciones, dadas las características de los secadores híbridos, por ejemplo, en trabajos recientes, para el secado de la papaya se realizaron estudios con secadores de este tipo y que incluyen materiales de almacenamiento de calor o HSM por sus siglas en inglés, los resultados mostraron un secado de producto en 5 horas, mientras que estudios hecho para el mismo proceso sin incluir el HSM conseguían el secado en 6 y 11 horas. Lo que prueba que el secado solar para la papaya mediante el uso de HSM mejora el proceso, preservando propiedades como tamaño, forma, color, apariencia, textura, sabor y calidad en comparación con el secado realizado sin HSM o un secado directamente al sol [11].

Por otro lado, el proceso de secado para frutas tropicales se ha desarrollado en un secador con bomba de calor, en un análisis experimental del secado de frutas tropicales, el secador consiste en un sistema de ventilador axial, termopar, un equipo de control de procesos, un inversor y una cámara de secado. El calor entregado en el condensador se vuelve a extraer por los evaporadores a la salida de



la cámara de secado. El controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) regula el secador a través de la bomba de calor ajustando el ciclo del ventilador axial de acuerdo con la temperatura con el cual es puesto por el dispositivo de control de proceso. Si el valor puesto es más alto que la temperatura (la temperatura de aire de secado), el cual es medido con el termopar, el flujo de aire el cual es ventilado desde el ventilador axial disminuye. Por tanto, el aire exterior de menor flujo pasa a través del condensador para garantizar que la temperatura alcance el valor establecido. Si el valor establecido es menor a la temperatura (la temperatura del aire de secado) que se mide con el termopar se aumenta la velocidad del aire ventilado desde el ventilador axial. Así, se hace pasar aire fresco con mayor caudal a través del condensador para que la temperatura (temperatura del aire de secado) que se mide con el termopar alcance el valor ajustado. Cuando la temperatura (temperatura del aire de secado), que es medida por el termopar, alcanza el valor establecido, es decir, la temperatura del aire de secado se equipara con el valor establecido, el ventilador ajusta la velocidad del aire por medio del inversor de acuerdo con el valor medido de temperatura. En el proceso de secado con bomba de calor, el dispositivo de control de temperatura se establece en 40 °C y tiene como objetivo mantener la temperatura del aire de secado en el valor establecido [12].

El secado de productos agroindustriales requiere de cantidades masivas de energía, el agotamiento acelerado de las fuentes de energía no renovables ligado a las preocupaciones ambientales, están abriendo nuevas oportunidades para el desarrollo sostenible de sistemas de secado que disminuyan la huella de carbono. El modelo de secado es una herramienta muy útil para entender los mecanismos y la predicción de la hidrodinámica de flujo de fluido, así como la transferencia de calor y masa durante el proceso de secado [13]. Por lo anterior, la implementación de nuevas técnicas de control puede ayudar a reducir la cantidad de energía que se necesita provenientes de fuentes fósiles y de esta forma aprovechar al máximo el sistema de secado híbrido para evitar generar costos adicionales al proceso.

Para el control del proceso en un secador solar híbrido se ha implementado un sistema avanzado multivariable que utiliza lógica difusa. El secador incluye un panel de acumulación de energía con parafina como material de cambio de fase. Para el proceso se consideraron variables ambientales como la temperatura y la radiación solar, ambas no controlables. Las variables controladas son el nivel de apertura del panel solar y válvulas de energía del acumulador. El sistema de control se ejecutó adecuadamente, cerrando o abriendo las respectivas válvulas como respuesta a las variaciones de la radiación solar y la temperatura de aire. De esta forma se permite la optimización en el uso de energía solar [14].

La obtención de un modelo matemático permite describir la dinámica del proceso de secado, esto es de gran utilidad para predecir el tiempo necesario para el secado de un producto determinado, de acuerdo con sus características y cinética de secado. Esto conduce al diseño de equipos específicos para realizar dicha operación unitaria, esto a su vez lleva a la necesidad de diseñar controladores que garanticen que las condiciones de secado permanezcan en los niveles especificados para la deshidratación del producto. Trabajos previos presentan la aplicación de un controlador no lineal de modo predictivo, dicho controlador utiliza un controlador autoadaptable de predicción extendida no lineal (NEPSAC), además, utilizan el control de modo predictivo generalizado (GPC) y un PID para el control de la temperatura de una planta para el secado del cacao, usando como variable manipulada el flujo de gas de combustión, para el calentamiento de aire en la cámara de secado. De esta forma comparando el rendimiento de este controlador con un PID y GPC, observando ventajas particularmente en la variable manipulada, haciendo factible en el ahorro de consumo de combustible [15]. Entre otros trabajos que involucran el control del proceso de secado se encuentra en un algoritmo de control de un PID difuso autoajutable de parámetros para regular la temperatura de secado y así mejorar la problemática de las fluctuaciones en la temperatura, con esto se sabe que el sistema de control tiene ventajas de un tiempo de ajuste corto y un buen rendimiento estable. Esto puede mejorar el rendimiento de la respuesta de la dinámica mediante el uso de un controlador PID difuso en comparación de un PID tradicional [16]. Para el secado de ciertos granos se ha estudiado el uso de un sistema de control de modo predictivo basado en redes neuronales se diseñó y evaluó en dos secadores de maíz. Las pruebas



mostraron que el sistema de control puede usarse en el control del proceso de secado y control inteligente, y puede proveer una referencia considerable para el control preciso del proceso. De esta forma se consigue mejorar la estabilidad del sistema [17]. Las técnicas de secado convectivos dependen del calentamiento del aire para transferir esa energía hacia el producto destinado a deshidratarse. Los métodos empleados para el calentamiento de aire frecuentemente requieren de un sistema de control para fijar esa temperatura durante todo el tiempo de secado. De esa manera se evita que el producto permanezca en el deshidratador más tiempo del necesario, y así, entregar el producto a tiempo para su distribución y venta.

En el presente trabajo se obtiene a partir de modelos descritos en la literatura un modelo matemático de la dinámica no lineal del proceso de secado para la deshidratación de productos agroindustriales. También se propone una nueva técnica de control lineal en dos etapas para regular la temperatura que se requiere para garantizar la deshidratación adecuada del producto determinado. El diseño del controlador se basa en un modelo matemático lineal de la dinámica del sistema alrededor de la condición de operación especificada para el secado eficiente del producto agroindustrial. Además, se presentan diversos casos de estudio del proceso de secado en lazo cerrado para diferentes productos agroindustriales. Los resultados analíticos y de simulación computacional confirman la efectividad de la estrategia de control propuesta para la deshidratación eficiente de productos agroindustriales.

2. Secadores solares por convección forzada

El presente estudio se enfoca en el control del proceso de secado solar por convección forzada (o secadores solares activos) ya que son los más apropiados para el secado de grandes cantidades de material. Estos utilizan un sistema de absorción directa a través de cubiertas transparentes o un sistema conectado a colectores solares que utilizan calor solar indirecto. Muchas veces este tipo de secadores son de tipo híbrido usando fuentes auxiliares de energía como combustibles convencionales, biomasa, gas, entre otras. De esta forma se evitan ciertas desventajas que presentan los secadores solares directos o pasivos, por lo tanto, los sistemas de secadores solares por convección forzada son más complicados y costosos que los sistemas pasivos ya que estos requieren ventiladores para la circulación del aire en los sistemas de tuberías.

Los secadores solares híbridos combinan la radiación solar con una fuente de energía convencional. Pueden ser operados solo por energía solar o solo por fuentes de energía convencionales o por ambos. En la mayoría de los casos los sistemas de secado híbrido son instalaciones de capacidad media a grande y operan con una relación solar en un rango de 50 a 60% [18].

Un secador de tipo túnel combina la radiación del sol y combustible como fuente de calor auxiliar. La radiación solar es colectada en tubos largos hechos de láminas de polietileno. Una lámina en las paredes superior y laterales y una lámina de polietileno de color negro opaco en la parte inferior, actuando esta última también como absorbente de calor [19].

3. Cinética de secado

La cinética de secado explica el cambio promedio del contenido de humedad de un material, así como el cambio promedio de la temperatura con el tiempo de secado del producto, mientras que la dinámica de secado describe el cambio en la temperatura y el perfil de la humedad durante el secado del producto [20]. El conocimiento en la cinética de secado de un producto puede aplicarse en cálculos de la cantidad de humedad evaporada, tiempo de secado, consumo de energía y otros parámetros relacionados, la cinética es considerada un parámetro muy importante ya que es requerida para el diseño de los equipos y las simulaciones para el secador. Más aún, la cinética de secado explica completamente el transporte de propiedades tales como el coeficiente de transferencia de masa, difusión del contenido de humedad, transferencia de calor, etc. Parámetros y variables muy importantes



que muestran la dinámica del secado. Así, la cinética está definida como la dependencia de factores que afectan el secado y la velocidad con lo que lo hace [21].

4. Modelo matemático para el secado de productos agroindustriales

Un modelo matemático, obtenido por medio de leyes y relaciones de tipo físico, químico o de alguna otra índole, servirá para captar algunas de las propiedades importantes del sistema bajo estudio, dependiendo de las necesidades. Además de brindar la posibilidad de estudiar un sistema cualquiera, los modelos nos proporcionan las bases necesarias para tener una idea de cómo influenciar (regular o controlar) el comportamiento del sistema real. En último término, éste es el interés práctico del modelo en sí, brindar información relevante del sistema susceptible de ser controlado.

Los sistemas de control de maquinaria, motores, aviones, reactores químicos, etc., están formados por procesos y plantas, habitualmente representados a través de modelos matemáticos que expresan las diferentes propiedades o comportamientos que satisfacen tales sistemas. Los sistemas dinámicos que estudiaremos describen procesos reales de naturaleza no lineal. La herramienta matemática para su descripción está constituida comúnmente por sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de parámetros concentrados [22].

Para el proceso de secado se deben desarrollar los balances de materia y energía que lo describen, así como la elección de modelos cinéticos de secado, de acuerdo con el tipo de producto que se desee secar. En todo modelo matemático es importante hacer énfasis en todas las suposiciones que se realicen de acuerdo con el modelo y cinética de secado que se utilizase para realizar los cálculos, esto con el objetivo de simplificar el problema, para este tipo de procesos de secado solar indirecto (convección forzada) se considera que el contenido de humedad, así como el tamaño de las rebanadas son uniformes en todas las bandejas del secador. Además, se asume que solo interviene la transferencia de calor entre el aire de secado con el producto destinado a secar. Finalmente, se asume que las propiedades termodinámicas y las propiedades de transporte son constantes.

A continuación, se presentan las ecuaciones que describen la dinámica del proceso de secado desarrollados por Zdzisław Pakowski & Arun S. Mujumdar [23].

$$\frac{dX}{dt} = -k(X - X_e) \quad (1)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{hA_p(T_A - T_p) + km_s(X - X_e)((Cp_w - Cp_v)T_p - \Delta h_{v0})}{(Cp_s + Cp_w X)m_s} \quad (2)$$

$$\frac{dT_A}{dt} = \frac{\dot{m}_A Cp_A(T_{A0} - T_A) + \dot{Q} - hA_p(T_A - T_p) + h_{AV}km_s(X - X_e)}{M_A Cp_A} \quad (3)$$

Las variables y parámetros de este modelo matemático no lineal se describen en la Tabla 1.

Una vez que se ha descrito la dinámica no lineal del proceso de secado de productos agroindustriales, se propone el uso de la siguiente aproximación lineal, alrededor del punto de operación en equilibrio $\bar{x} = (X, \bar{T}_A, \bar{T}_p)^T$, para propósitos de diseño de control:

$$\frac{d}{dt}x_\delta = Ax_\delta + Bu_\delta$$



Tabla 1. Variables y parámetros del modelo.

Símbolo	Descripción
Cp_w	Calor específico del agua
Cp_s	Calor específico del sólido a secar
Cp_A	Calor específico del aire
Cp_v	Calor específico del vapor de agua
M_A	Masa de aire acumulada en la cámara de secado
h	Coefficiente convectivo de transferencia de calor
A_p	Área de contacto entre el aire y el producto
Δh_{vo}	Calor latente de vaporización
V	Velocidad del aire de secado
m_A	Flujo másico del aire de secado
X_e	Contenido de humedad de equilibrio
m_s	Masa de producto seco
X	Contenido de humedad del producto
T_p	Temperatura del producto
Q	Flujo de calor aplicado al aire del proceso

donde A y B se definen como sigue:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X} & \frac{\partial F_1}{\partial T_p} & \frac{\partial F_1}{\partial T_A} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X} & \frac{\partial F_2}{\partial T_p} & \frac{\partial F_2}{\partial T_A} \\ \frac{\partial F_3}{\partial X} & \frac{\partial F_3}{\partial T_p} & \frac{\partial F_3}{\partial T_A} \end{bmatrix}_{(\bar{X}, \bar{T}_p, \bar{T}_A)} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u} \\ \frac{\partial F_2}{\partial u} \\ \frac{\partial F_3}{\partial u} \\ \frac{\partial u}{\partial u} \end{bmatrix}_{(\bar{X}, \bar{T}_p, \bar{T}_A)} \quad (5)$$

Para el presente modelo los términos F_1 , F_2 y F_3 están dados por

$$F_1 = -k(X - X_e)$$



$$F_2 = \frac{hA_p(T_A - T_p) + km_s(X - X_e) \left((Cp_w - Cp_v)T_p - \Delta h_{v0} \right)}{(Cp_s + Cp_w X)m_s}$$

$$F_3 = \frac{\dot{m}_A Cp_A (T_{A0} - T_A) + \dot{Q} - hA_p(T_A - T_p) + h_{AV} km_s (X - X_e)}{M_A Cp_A}$$

Con ello los vectores de variables incrementales x_δ y u_δ para el modelo lineal en el espacio de estados están dados por

$$x_\delta = x - \bar{x}$$

$$u_\delta = u - \bar{u}$$

Donde:

x_δ : Vector de variables incrementales.

u_δ : Vector de entrada de control incremental.

u : Vector de entrada de control.

\bar{x} : Vector de estado en el punto de operación en equilibrio.

\bar{u} : Vector de entrada de control en el punto de equilibrio.

Para el presente caso de estudio lo anterior puede representarse como

$$x_\delta = (X_\delta, T_{p\delta}, T_{A\delta})^T$$

Siendo,

$$X_\delta = X - \bar{X}$$

$$T_{p\delta} = T_p - \bar{T}_p$$

$$T_{A\delta} = T_A - \bar{T}_A$$

$$u_\delta = \dot{Q}_\delta$$

$$\dot{Q}_\delta = \dot{Q} - \bar{\dot{Q}}$$

Así, las matrices A y B a partir del modelo del secado están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-\bar{k}}{(\bar{k}m_s(Cp_w - Cp_v)\bar{T}_p - h_{v0})} & \frac{0}{(Cp_s + Cp_w \bar{X})m_s} & \frac{0}{(Cp_s + Cp_w \bar{X})m_s} \\ \frac{\bar{k}m_s h_{AV}}{M_A Cp_A} & \frac{hA_p}{M_A Cp_A} & \frac{(m_A Cp_A + hA_p)}{M_A Cp_A} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M_A Cp_A} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Así, el modelo lineal en el espacio de estados está dado por la siguiente expresión:



$$\frac{dx_\delta}{dt} = \begin{bmatrix} -\bar{k} & 0 & 0 \\ (\bar{k}m_s(Cp_w - Cp_v)\bar{T}_p - h_{v0}) & -hA_p & hA_p \\ (Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s & (Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s & (Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s \\ \frac{\bar{k}m_s\bar{h}_{Av}}{M_A Cp_A} & \frac{hA_p}{M_A Cp_A} & -\frac{(\dot{m}_A Cp_A + hA_p)}{M_A Cp_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_\delta \\ T_{p\delta} \\ T_{A\delta} \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ M_A Cp_A \end{bmatrix} \quad (8)$$

También el modelo (8) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{dX_\delta}{dt} = -\bar{k}X_\delta \quad (9)$$

$$\frac{dT_{p\delta}}{dt} = \left(\frac{(\bar{k}m_s(Cp_w - Cp_v)\bar{T}_p - h_{v0})}{(Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s} \right) X_\delta - \left(\frac{hA_p}{(Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s} \right) T_{p\delta} + \left(\frac{hA_p}{(Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s} \right) T_{A\delta} \quad (10)$$

$$\frac{dT_{A\delta}}{dt} = \left(\frac{\bar{k}m_s\bar{h}_{Av}}{M_A Cp_A} \right) X_\delta + \left(\frac{hA_p}{M_A Cp_A} \right) T_{p\delta} - \left(\frac{(\dot{m}_A Cp_A + hA_p)}{M_A Cp_A} \right) T_{A\delta} + \frac{u}{M_A Cp_A} \quad (11)$$

A continuación, la propuesta del controlador lineal se construye en dos etapas, de acuerdo con el modelo lineal, tomando las ecuaciones (10) y (11) pueden ser escritos como:

$$\frac{dT_{p\delta}}{dt} = a_{11}X_\delta - a_{12}T_{p\delta} + a_{13}T_{A\delta}$$

$$\frac{dT_{A\delta}}{dt} = a_{21}X_\delta + a_{22}T_{p\delta} - a_{23}T_{A\delta} + b\dot{Q}$$

con

$$a_{11} = \left(\frac{(\bar{k}m_s(Cp_w - Cp_v)\bar{T}_p - h_{v0})}{(Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s} \right)$$

$$a_{12} = \left(\frac{hA_p}{(Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s} \right)$$

$$a_{13} = \left(\frac{hA_p}{(Cp_s + Cp_w\bar{X})m_s} \right)$$

$$a_{21} = \left(\frac{\bar{k}m_s\bar{h}_{Av}}{M_A Cp_A} \right)$$

$$a_{22} = \left(\frac{hA_p}{M_A Cp_A} \right)$$

$$a_{23} = \left(\frac{(\dot{m}_A Cp_A + hA_p)}{M_A Cp_A} \right)$$

Ahora para la etapa 1 se propone una trayectoria para $T_{A\delta}$, de la siguiente forma:

$$T_{A\delta}^* = \frac{1}{a_{13}} (-a_{11}X_\delta - \alpha T_{p\delta}) \quad (12)$$

Reemplazando la ecuación (12) en (10) se tendrá:

$$\frac{dT_{p\delta}}{dt} = -(a_{12} + \alpha)T_{p\delta} \quad (13)$$



Para la segunda etapa se toma a una entrada de control auxiliar v_c como sigue. Sea

$$v_c = a_{21}X_\delta + a_{22}T_{P\delta} - a_{23}T_{A\delta} + b\dot{Q}_\delta \quad (14)$$

con

$$v_c = \frac{dT_{A\delta}^*}{dt} - \beta_1(T_{A\delta} - T_{A\delta}^*) - \beta_0 \int_{t_0}^t (T_{A\delta} - T_{A\delta}^*) dt \quad (15)$$

De esta manera considerando el flujo de calor como la entrada de control del proceso y de (14) y (15) tendrá la siguiente expresión:

$$\dot{Q}_\delta = \frac{1}{b}(v_c - a_{21}X_\delta - a_{22}T_{P\delta} + a_{23}T_{A\delta}) \quad (16)$$

A continuación, se propone el siguiente polinomio Hurwitz (estable) para seleccionar las ganancias del controlador:

$$P_c(s) = (s + p)^2 = s^2 + 2ps + p^2 \quad (17)$$

con $p > 0$, el cual representa un parámetro de diseño de control para regular la respuesta de la temperatura del producto. De esta manera, las ganancias del controlador se pueden calcular algebraicamente como:

$$\beta_0 = p^2$$

$$\beta_1 = 2p$$

Para el presente trabajo los productos destinados a deshidratar son para el kiwi, aguacate y plátano, los cuales tienen una constante cinética de secado descritos en la Tabla 2.

Tabla 2, Cinéticas de secado, fuente: Ceylan et al. (2007).

Producto	Cinética	Rango de validez
Kiwi	$k = -2.97128 + 0.03536V + 0.07407T_A$	
Aguacate	$k = 4.62500 - 0.01758V - 0.11532T_A$	V: 0.03 a 0.39 m/s
Plátano	$k = 2.58116 + 0.00381V - 0.06437T_A$	T_A : 39.8 a 40.2 °C

5. Resultados de Simulación

El contenido de humedad en base seca al inicio del proceso para el kiwi, aguacate y plátano son de 4.31 g Agua/g, 1.51 g Agua/g y 4.71 g Agua/g, estos productos son secados hasta alcanzar una humedad de 0.75 g Agua/g, 0.35 g Agua/g y 0.5 g Agua/g respectivamente. La simulación para el proceso de secado para dichos productos se lleva a cabo aplicando el controlador lineal en dos etapas para regular la temperatura hasta 40 °C manipulando el flujo de calor que se le debe suministrar al aire de secado para lograr la deshidratación efectiva del producto.

Caso 1 control de secado del kiwi

En la Figura 1 se observa que la temperatura inicial del producto de $17.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ aplicando el esquema de control propuesto el proceso alcanza la temperatura de referencia de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ en un tiempo de 2 segundos, y de acuerdo con la Figura 2, el kiwi, con una humedad en inicial en base seca de 4.31 g Agua/g , consigue la humedad de equilibrio aproximadamente en 3.5 horas.

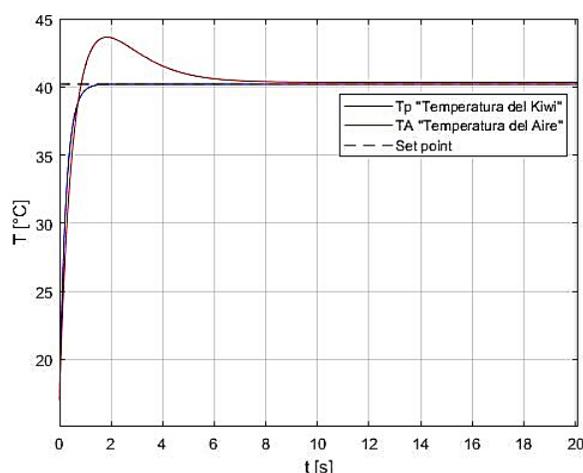


Figura 1 Perfil de temperaturas para el kiwi.

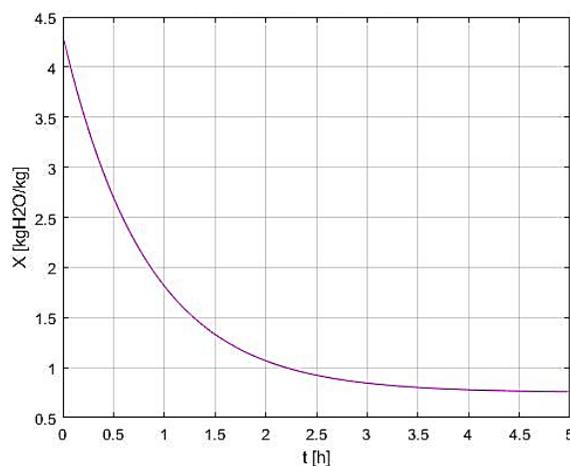


Figura 2. Contenido de humedad del kiwi.

Por otro lado, la Figura 3 describe la cantidad de calor que es suministrado por el controlador para alcanzar la temperatura de secado, siendo necesario un flujo de calor de 25 kW , esta cantidad de flujo calor es acorde con el necesario que se debe de suministrar al aire en estado estacionario, por lo tanto, las simulaciones en lazo cerrado muestran que se logra el *set point* especificado, además, este flujo representa una cantidad moderada de energía considerando las condiciones de temperatura que se requiere para el secado del kiwi, el hecho de no presentar sobre impulsos en la regulación de la temperatura implica que el flujo de calor sea bajo, y con esto presentar un ahorro económico en la operación del proceso.

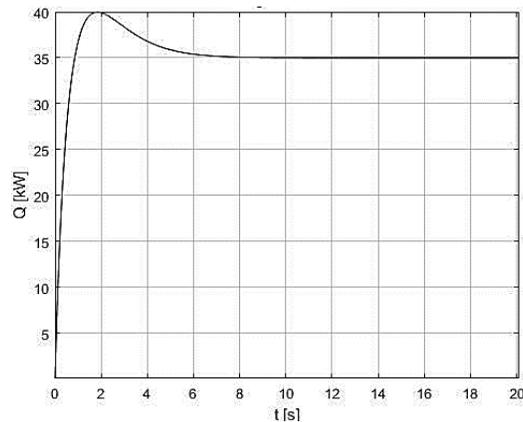


Figura 3. Flujo de calor requerido para el aire de secado del kiwi.

Dado que las cinéticas de secado son expresiones polinomiales similares válidas para las mismas condiciones de temperatura para los tres productos, los perfiles en las simulaciones en lazo cerrado deberían presentar comportamientos similares, como se mostrará a continuación.

Caso 2 control de secado del aguacate

Para el caso del aguacate, el objetivo es regular la temperatura de su estado inicial de 22 °C a 40°C logrando el punto de referencia en 10 segundos, tal como se muestra en la Figura 4.

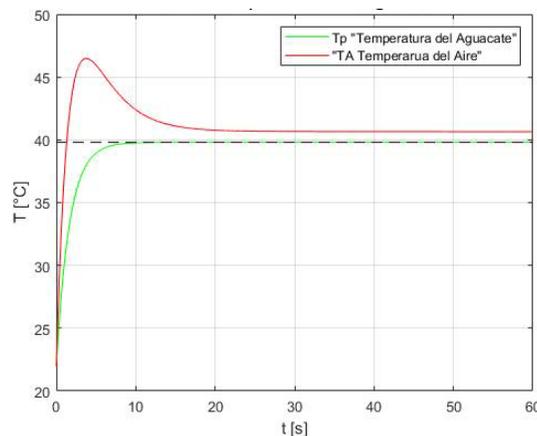


Figura 4. Perfil de temperaturas para el aguacate.

Por otro lado, la humedad pasa de su estado inicial de 1.51 g Agua/g a la humedad de equilibrio de 0.35 g Agua/g en 2.5 horas, mostrado en la Figura 5.

En la Figura 6 se muestra la cantidad de flujo de calor requerida para el proceso de secado del aguacate, siendo este de mayor magnitud con respecto a la energía requerida para el kiwi, debido a las diferentes propiedades físicas que estas presentan entre sí, sin embargo, la energía necesaria para este proceso continúa siendo moderada considerando las condiciones de operación a la cual se lleva a cabo el secado.

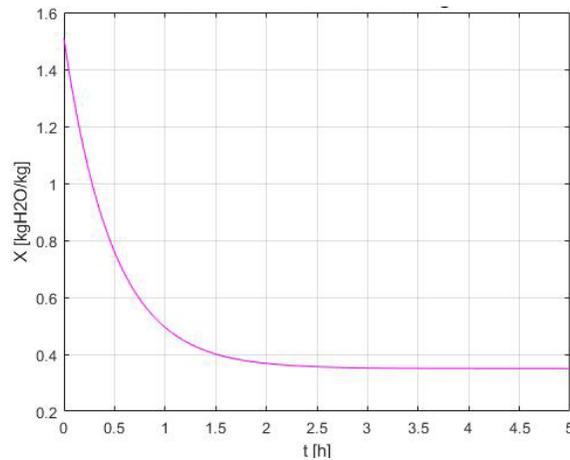


Figura 5. Contenido de humedad del aguacate.

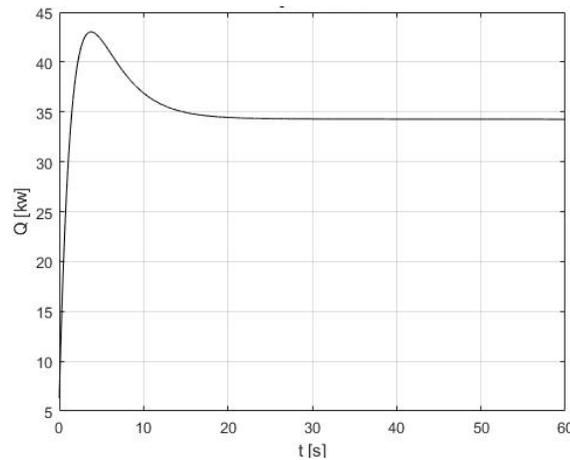


Figura 6. Flujo de calor requerido para el aire de secado del Aguacate.

Caso 3 control de secado del plátano

Finalmente, para el plátano, de acuerdo con la Figura 7 el tiempo para regular la temperatura de secado de su estado inicial de 20 a 40°C es de 3 segundos, de esta manera se consigue que el contenido de humedad alcance el equilibrio en 4.5 horas como se aprecia en la Figura 8. Observando que el plátano es el producto que más tiempo requiere para su secado, debido a sus propiedades físicas, pero principalmente a su cinética de secado, ya que esta es la variable que permite predecir el tiempo que tardará en alcanzar el equilibrio en el contenido de humedad. Con lo que si el proceso permanece por debajo de la temperatura especificada el tiempo de secado puede extenderse, lo que representa un retraso en la operación de la planta y en consecuencia puede comprometer la distribución y venta del producto.

La Figura 9 ilustra el flujo de calor requerido para el proceso de secado del plátano, observando que se encuentra dentro de las magnitudes de los casos anteriores, lo que indica que el controlador propuesto es capaz de regular la temperatura sin necesidad de suministrar más energía de la requerida para el secado de los productos, con respecto a las condiciones de operación a la que se debe llegar para regular la temperatura de secado.

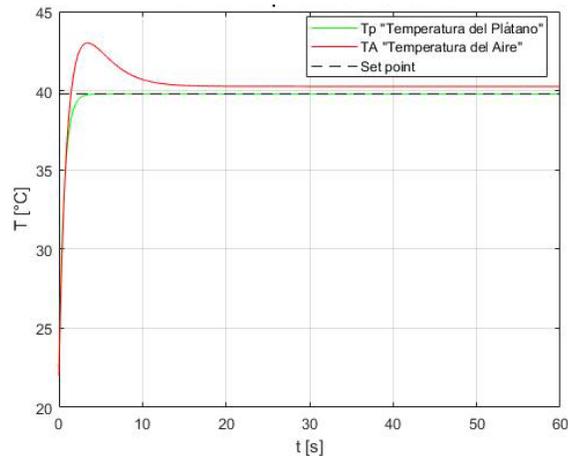


Figura 7. Perfil de temperaturas para el plátano.

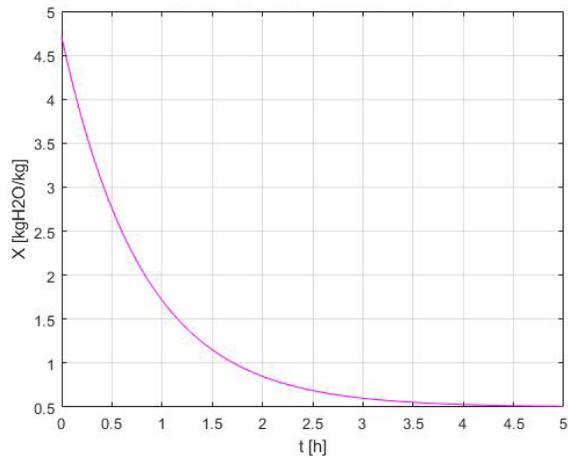


Figura 8. Contenido de humedad del plátano.

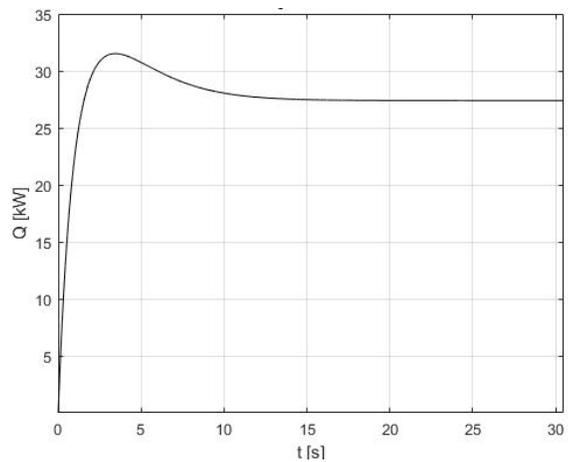


Figura 9. Flujo de calor para el aire de secado para el plátano.



6. Conclusiones

Los resultados analíticos y numéricos obtenidos muestran que el modelo propuesto se puede usar en el diseño de controladores para regular la temperatura que se requiere para el secado de productos agroindustriales, manipulado el flujo de calor que demanda el aire de secado. Lo anterior permite mostrar que la técnica de control lineal en dos etapas propuesta representa una buena alternativa para regular la temperatura al punto de operación deseado, alcanzando el punto de referencia de manera satisfactoria en un intervalo de tiempo aproximado de entre 2 y 10 segundos.

Las variaciones en la respuesta de cada producto se observan en el perfil del contenido de humedad debido a que la pérdida de la cantidad de agua depende directamente del valor de la cinética de secado de acuerdo con cada producto. Además, la técnica de control propuesta en dos etapas considera la información de la dinámica del proceso para el controlador, lo que es de gran utilidad para regular la temperatura, en comparación con esquemas de control que no proporcionan información de la dinámica del proceso. De este modo, aplicando la técnica de control para el presente trabajo se garantiza que la temperatura del aire de secado alcance las condiciones idóneas, proporcionando un suministro en el flujo de calor moderado, lo que conduce a la reducción en el costo de la operación del proceso.

Referencias

- [1] Pangavhane, D. R., Sawhney, R. L., & Sarsavadia, P. N. (2002). Design, development and performance testing of a new natural convection solar dryer. *Energy*, 27(6), 579-590.
- [2] Doymaz, I. (2005). Sun drying of figs: an experimental study. *Journal of Food Engineering*, 71(4), 403-407.
- [3] Doymaz, I., & Pala, M. (2002). The effects of dipping pretreatments on air-drying rates of the seedless grapes. *Journal of Food Engineering*, 52(4), 413-417.
- [4] Porciello, G. P., & Doerr, D. (1999, April). Advanced process control for moisture monitoring and control applications. In *IEEE Industry Applications Society Advanced Process Control Applications for Industry Workshop* (pp. 58-64). IEEE.
- [5] Fito Maupoey, P. (2001). *Introducción al secado de alimentos por aire caliente*.
- [6] Ruangurai, P., Silawatchananai, C., & Howimanporn, S. (2020, September). PSO based Fictitious Reference Iterative Tuning of air dryer for fruit drying process. In *2020 9th International Congress on Advanced Applied Informatics (IIAI-AAI)* (pp. 548-551). IEEE.
- [7] García-Estrada, H., Pastrana-Manzanero, A., Méndez-Lagunas, L. L., Rodríguez-Ramírez, J., Ramírez-Sotelo, M. G., & Cabrera-Llanos, A. I. (2018). Control and Automation of an Industrial Food Dryer. *Research in Computing Science*, 147, 225-232.
- [8] Zhang, W. P., Yang, X. H., Mujumdar, A. S., Ju, H. Y., & Xiao, H. W. (2021). *The influence mechanism and control strategy of relative humidity on hot air drying of fruits and vegetables: a review*. *Drying Technology*, 1-18.
- [9] Krabch, H., Tadili, R., & Idrissi, A. (2022). Design, realization and comparison of three passive solar dryers. Orange drying application for the Rabat site (Morocco). *Results in Engineering*, 15, 100532.
- [10] Abdullah, Z., Taip, F. S., Kamal, S. M. M., & Rahman, R. Z. A. (2020). Nonlinear Model-Based Inferential Control of Moisture Content of Spray Dried Coconut Milk. *Foods*, 9(9), 1177.
- [11] AR, U. S., & Veeramanipriya, E. (2022). Performance evaluation, morphological properties and drying kinetics of untreated Carica Papaya using solar hybrid dryer integrated with heat storage material. *Journal of Energy Storage*, 55, 105679.
- [12] Ceylan, İ., Aktaş, M., & Doğan, H. (2007). Mathematical modeling of drying characteristics of tropical fruits. *Applied Thermal Engineering*, 27(11-12), 1931-1936.



- [13] Adnoui, M., Jiang, L., Zhang, X. J., Zhang, L. Z., Pathare, P. B., & Roskilly, A. P. (2022). Computational modelling for decarbonised drying of agricultural products: Sustainable processes, energy efficiency, and quality improvement. *Journal of Food Engineering*, 111247.
- [14] Reyes, A., Cubillos, F., Mahn, A., & Vásquez, J. (2014, March). Control system in a hybrid solar dryer. In *2014 5th International Renewable Energy Congress (IREC)* (pp. 1-5). IEEE.
- [15] Rosero, P. P., Alama, W. I., Silupu, J. M., & Oliden, J. (2016, October). Temperature Nonlinear Model Predictive Controller (NMPC) for a Dryer Plant of Cocoa Beans. In *2016 IEEE International Conference on Automatica (ICA-ACCA)* (pp. 1-6). IEEE.
- [16] Xiong, M. C., & Wang, L. L. (2012, October). Intelligent fuzzy-PID temperature controller design of drying system. In *2012 International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering* (Vol. 3, pp. 54-57). IEEE.
- [17] Han, F., Zuo, C., Wu, W., Li, J., & Liu, Z. (2012). Model predictive control of the grain drying process. *Mathematical problems in engineering*, 2012.
- [18] Fontaine, J., & Ratti, C. (1999). LUMPED-PARAMETER APPROACH FOR PREDICTION OF DRYING KINETICS IN FOODS. *Journal of food process engineering*, 22(4), 287-305.
- [19] Belessiotis, V., & Delyannis, E. (2011). Solar drying. *Solar energy*, 85(8), 1665-1691.
- [20] Bolin, H. R., Stafford, A. E., & Huxsoll, C. C. (1978). Solar heated fruit dehydrator. *Solar Energy*, 20(3), 289-291.
- [21] Prakash, O., & Kumar, A. (Eds.). (2017). *Solar drying technology: concept, design, testing, modeling, economics, and environment*. Springer.
- [22] Sira-Ramirez, H., Marquez, R., Rivas-Echeverria, F., & Llanes-Santiago, O. (2005). *Control de sistemas no lineales: Linealización aproximada, extendida, exacta*. Pearson Prentice Hall.
- [23] Pakowski, Z., & Mujumdar, A. S. (2006). *Basic process calculations and simulations in drying. Handbook of industrial drying*, 53.

Biografía de Autores

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23

I.Q. Neftalí Vázquez Espinosa. Ingeniero Químico por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Actualmente es estudiante de Maestría en Ingeniería de Procesos en la Universidad Autónoma Metropolitana en la Unidad Azcapotzalco. En el 2022 acreditó los cursos impartidos por el Instituto de Física Luis Rivera Terrazas (IFUAP) en las áreas de Física, Química, Termodinámica y Métodos Matemáticos. De 2021 ha la fecha ha participado en programas de tutorías en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla impartiendo a sus alumnos las materias de Cálculo Diferencial e Integral, Ecuaciones Diferenciales, Diseño de Intercambiadores de Calor, Diseño de Reactores Químicos, Balance de Materia y Energía, Termodinámica y Física. En el 2022 participó en el congreso de la AMIDIQ sede en Puerto Vallarta.

Dr. Francisco Beltran-Carbajal. Ingeniero Electromecánico por el Instituto Tecnológico de Zacatepec y Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica en la especialidad de Mecatrónica por el CINVESTAV-IPN. Ha publicado varias contribuciones científicas en revistas indizadas, capítulos de libros y memorias de congresos. Ha sido profesor en varias universidades como el Instituto Tecnológico de Zacatepec, el Instituto Politécnico Nacional, el Tecnológico de Monterrey, la Universidad Panamericana, entre otras. El Dr. Beltrán es actualmente Investigador Nacional del Sistema Nacional de Investigadores. Sus principales áreas de interés en investigación, innovación y desarrollo tecnológico son: Identificación y Control de Sistemas Mecatrónicos y Sistemas de Conversión de Energía, incluyendo sus elementos constitutivos. Actualmente es Profesor Titular C en el Área de Investigación de Mecánica y Mecatrónica del Departamento de Energía de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

Dr. Jorge Ramírez Muñoz. Licenciatura en Ingeniería Química (Instituto Tecnológico de Tapachula). Maestría en Ciencias en Ingeniería Química (Instituto Tecnológico de Orizaba). Doctorado en ciencias



24 en Ingeniería Química (Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa). Jefe del Departamento de
25 Automatización y Control (Grupo Pecuario San Antonio) durante cuatros años donde implementó
26 proyectos de automatización, control y supervisión de procesos usando PLC's y sistemas SCADA's.
27 Investigador Asociado (Centro de Investigación en Polímeros de COMEX) durante cuatro años donde
28 coordinó proyectos de optimización y escalamiento de procesos de mezclado. Premio Nacional de
29 Tecnología e Innovación 2013 en el capítulo de "Innovación de Proceso". Profesor de Tiempo completo
30 del Departamento de Energía en la UAM-Azcapotzalco desde el 2007. Investigador del SNI del
31 CONACyT desde el 2009 (actualmente Nivel 1) y cuenta con el perfil deseable del PRODEP. Su línea
32 de investigación académica es fenómenos de transporte, modelado de procesos y simulación de
33 procesos de mezclado.

34 **M. en I. Humberto Eduardo González Bravo.** Estudió la Licenciatura en Ingeniería Mecánica y en
35 Sistemas Energéticos en La Universidad La Salle, México. Tiene estudios de Maestría en Ingeniería en
36 el área de ahorro y uso eficiente de la energía en el Centro de Investigación en Energía de la U.N.A.M.
37 De 2008 a la fecha es profesor de tiempo completo en la Universidad Autónoma Metropolitana en donde
38 imparte materias como Termodinámica Aplicada I, Instalaciones Industriales, Taller de Instalaciones
39 Industriales y Procesos de Conversión de Energía. Es coordinador divisional de talleres y laboratorios
40 de docencia del departamento de energía. Participa en proyectos de vinculación con la industria para el
41 desarrollo de proyectos en el área de ahorro y uso eficiente de la energía, diagnósticos energéticos,
42 refrigeración, energía solar térmica. De 2005 a la fecha realizó diversos estudios de diagnósticos
43 energéticos en instituciones tales como la UAM, UNAM e IPN.

44
45
46
47