

Estimación de la orientación de un cuadricóptero por medio de la implementación de un EKF

Medina Gutiérrez, Sergio. Muñoz César, Juan José.
Hernández Gómez, Luis Héctor

Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad Zacatenco

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos al implementar un filtro de Kalman extendido para la estimación de los estados de orientación de un cuadricóptero. Se supone que estos estados son medidos a través de un acelerómetro y un giroscopio, ambas mediciones presentando ruido de canal. Primero se muestra el modelo utilizado para la simulación de vuelo, mismo que es no lineal por lo que para utilizar el algoritmo de Filtro de Kalman es necesario linealizarlo y discretizarlo. Posteriormente se implementa el filtro y finalmente se mide el desempeño del filtro por medio de la integral del error cuadrático, en el cual se toma como error de la diferencia de los estados reales menos los estados estimados por el filtro.

Palabras clave: Filtro de Kalman Extendido (EKF), cuadricóptero, UAV, orientación.

1. Introducción

Los cuadricópteros son robots voladores con hélices ubicadas alrededor de un cuerpo principal que presentan propiedades dinámicas relativamente sencillas [1]. Este tipo de dispositivos caen dentro de la categoría de micro aeronaves no tripuladas (UAVs por sus siglas en inglés) y son una de las mejores opciones en términos de maniobrabilidad, además de poder operar en ambientes tridimensionales. La adaptabilidad de estas aeronaves se ve comprometida debido a la gran complejidad en el modelado de la fricción del aire, la relación entre los motores y hélices, así como la no linealidad de los sensores [2].

Este tipo de aeronaves son elegibles para tareas como búsqueda y rescate, inspección remota y aplicaciones militares, evitando poner en riesgo las vidas de los pilotos. Cuando las áreas son de difícil acceso o las condiciones de vuelo no son apropiadas las UAV proveen ventajas tales como el despegue y aterrizaje en espacios pequeños y la capacidad de volar por encima de objetivos tanto estáticos como móviles [3].

El control de cuadricópteros ha sido estudiado en múltiples ocasiones por diversos grupos obteniendo resultados exitosos [3]-[6] en los que se implementan técnicas como PD, PID o LQR. Mientas que la adquisición de datos se realiza por medio de filtros Kalman. Los sensores comúnmente utilizados en el desarrollo de estas aeronaves presentan ruido debido a las vibraciones producidas por los motores de la misma provocando que el control sea ineficiente, por lo que un filtro o estimador es requerido durante el vuelo en tiempo real para tener mediciones certeras [7]. El filtro de Kalman es una de las herramientas más utilizadas para la estimación de estados de forma estocástica, éste realiza una predicción a través de las mediciones adquiridas en tiempo real para obtener una medición más precisa [8] y eliminar el ruido de canal.

2. Modelo de la orientación del cuadricóptero

La dinámica del cuadricóptero se puede expresar por medio de dos sistemas de ecuaciones diferenciales, el primero correspondiente a la orientación y el segundo a la traslación y dependiente del primero, en este documento sólo se tratará el primero. Para modelar la orientación de la aeronave se comienza por encontrar la matriz de orientación con respecto a un marco de referencia en tierra E, posteriormente se utilizan las ecuaciones de movimiento de Lagrange para obtener su comportamiento y finalmente se agregan los momentos no conservativos producidos por los motores, éstos son las acciones de control del sistema.

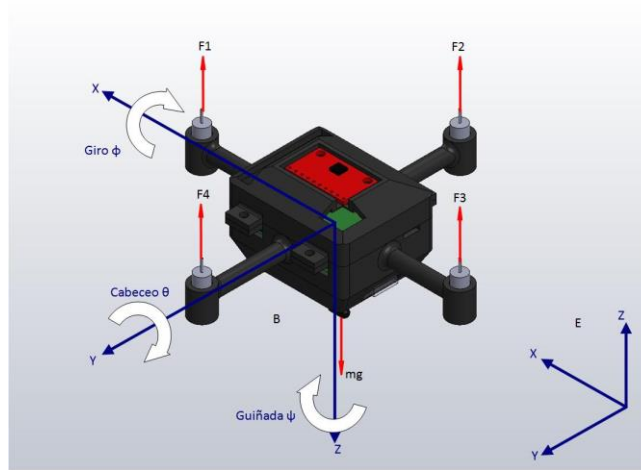


Figura 1. Marcos de referencia y fuerzas presentes en el cuadricóptero

2.1 Matriz de rotación y ecuaciones de Lagrange

Por medio de las rotaciones de Euler se encuentra el vector de posición del cuadricóptero,

$$\vec{r} = R_z R_y R_x = \begin{pmatrix} c\psi c\theta & -s\phi c\theta + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -s\phi c\psi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{pmatrix} \quad (1)$$

Al derivar la ecuación 1 con respecto al tiempo y calcular las energías cinéticas y potenciales podemos obtener las ecuaciones de movimiento de Lagrange, al resolverlas obtenemos las ecuaciones que describen las aceleraciones angulares de la aeronave, y agregando los momentos no conservativos, los cuales son determinados por las acciones de control, obtenemos las ecuaciones 2 a 4.

$$\dot{w}_x I_{xx} = w_y w_z (I_{yy} - I_{zz}) + \tau_x \quad (2)$$

$$\dot{w}_y I_{yy} = w_x w_z (I_{zz} - I_{xx}) + \tau_y \quad (3)$$

$$\dot{w}_z I_{zz} = w_x w_y (I_{xx} - I_{yy}) + \tau_z \quad (4)$$

2.2 Momentos no conservativos

Las velocidades angulares de los motores son implementadas como acciones de control para generar los momentos no conservativos del sistema, de acuerdo con la configuración mostrada en la figura 1 éstos son el resultado de una diferencial de fuerzas y están dados por las ecuaciones 5 a 7.

$$\tau_x = bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (5)$$

$$\tau_y = bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (6)$$

$$\tau_x = d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \quad (7)$$

En donde b y d son constantes dependientes de la geometría de la hélices y las condiciones ambientales, l es la distancia del centro de los motores al centro de masa del cuadricóptero y Ω las velocidades angulares de los motores. Se considera que el tiempo de respuesta del motor utilizado es mayor que el del cuadricóptero, de esta manera se puede aproximar las velocidades de los motores a las obtenidas en estado estable.

$$\Omega = \frac{1}{C_m} e_a \quad (8)$$

3. Implementación del filtro de Kalman Extendido

El filtro de Kalman es un estimador estocástico que permite la observación de estados y reducción del ruido de canal, este algoritmo necesita del modelo discreto del sistema expresado en espacio de estados, así como la varianza de las mediciones para realizar sus estimaciones. El modelo del cuadricóptero mostrado en las ecuaciones 5 a 7 es no lineal por lo que es necesario realizar una linealización del mismo y posteriormente realizar la discretización, además al ser éste un sistema que opera en tiempo real es necesario realizar una nueva linealización en cada muestreo.

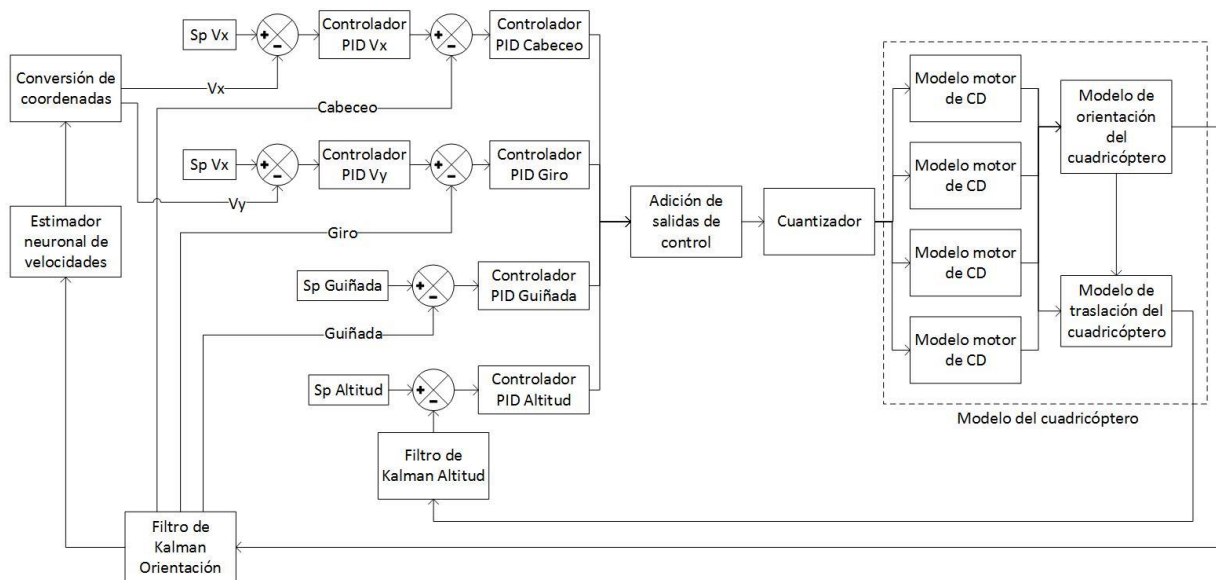


Figura 1. Diagrama a bloques del simulador de vuelo

3.1 Linealización del modelo de orientación

La linealización del sistema se realiza por medio del cálculo de los jacobianos correspondientes a cada estado. Se considera que las acciones de control son las velocidades cuadradas de los motores para obtención de la matriz de control B.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} x_6 & 0 & \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} x_6 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} x_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} x_4 & 0 & \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} x_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{bl}{I_{xx}} & 0 & \frac{bl}{I_{xx}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{bl}{I_{yy}} & 0 & \frac{bl}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d}{I_{zz}} & -\frac{d}{I_{zz}} & \frac{d}{I_{zz}} & -\frac{d}{I_{zz}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

3.2 Discretización del modelo de orientación

Las ecuaciones en 9 y 10 muestran la forma de las matrices A y B del sistema linealizado del cuadricóptero, este por medio del método de Euler puede ser discretizado para poder ser implementado en el filtro de Kalman.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k \quad (11)$$

Las matrices A_k y B_k son las matrices discretas con tiempo de muestreo T de las matrices A y B.

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} T x_6 & 0 & \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} T x_4 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} T x_6 & 0 & 1 & 0 & \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} T x_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} T x_4 & 0 & \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} T x_2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$B_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{bl}{I_{xx}}T & 0 & \frac{bl}{I_{xx}}T \\ \frac{bl}{I_{yy}}T & 0 & \frac{bl}{I_{yy}}T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d}{I_{zz}}T & -\frac{d}{I_{zz}}T & \frac{d}{I_{zz}}T & -\frac{d}{I_{zz}}T \end{pmatrix} \quad (13)$$

3.3 Estimación de estados por filtro de Kalman

El filtro de Kalman consta de 3 etapas principales: predicción, cálculo de la ganancia de Kalman y corrección. Este procedimiento se puede expresar por medio de las ecuaciones 14 a 20.

$$P_{0,0} = \text{Var}(x_0) \quad (14)$$

$$P_{k,k-1} = A_{k-1}P_{k-1,k-1}A_{k-1}^T + \Gamma_{k-1}Q_{k-1}\Gamma_{k-1}^T \quad (15)$$

$$G_k = P_{k,k-1}C_{k-1}^T(C_kP_{k,k-1}C_k^T + R_k)^{-1} \quad (16)$$

$$P_{k,k} = (I - G_kC_k)P_{k,k-1} \quad (17)$$

$$\hat{x}_{0,0} = E(x_0) \quad (18)$$

$$\hat{x}_{k,k-1} = A_{k-1}\hat{x}_{k-1,k-1} + B_{k-1}u_{k-1} \quad (19)$$

$$\hat{x}_{k,k} = \hat{x}_{k,k-1} + G(y_k - D_k u_k - C_k \hat{x}_{k,k-1}) \quad (20)$$

En donde \hat{x} representa el estado estimado por medio del filtro de Kalman y C es la matriz de sensores del sistema dada por la ecuación 14 y corresponde a las mediciones del cabeceo, razón de cabeceo, giro, razón de giro y razón de guiñada. Las matrices Q y R, determinan los ruidos dinámico y de canal, respectivamente.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Este filtro se implementó en Matlab Simulink como una función dentro de un simulador de vuelo para estimar los estados del sistema en presencia de ruido, el cual es agregado por medio de un generador de señales aleatorias.

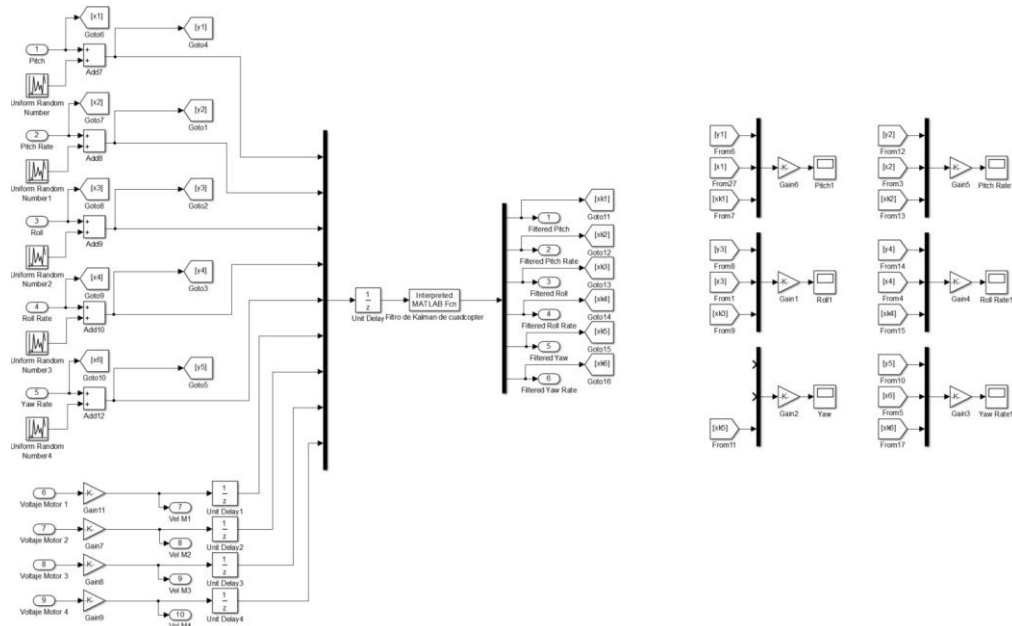


Figura 3. Diagrama a bloques del filtro de Kalman en Matlab Simulink

4. Resultados

Para probar la eficiencia del filtro de Kalman se midieron los estados reales y estimados del sistema durante una simulación de vuelo, la cual consta de despegue y movimiento de traslación circular con cambio en la guiñada. Durante la simulación se graficaron los errores integrales cuadráticos del cabeceo (ISE), el giro y la guiñada, ésta última observada por el filtro ya que no es medida para la estimación de estados.

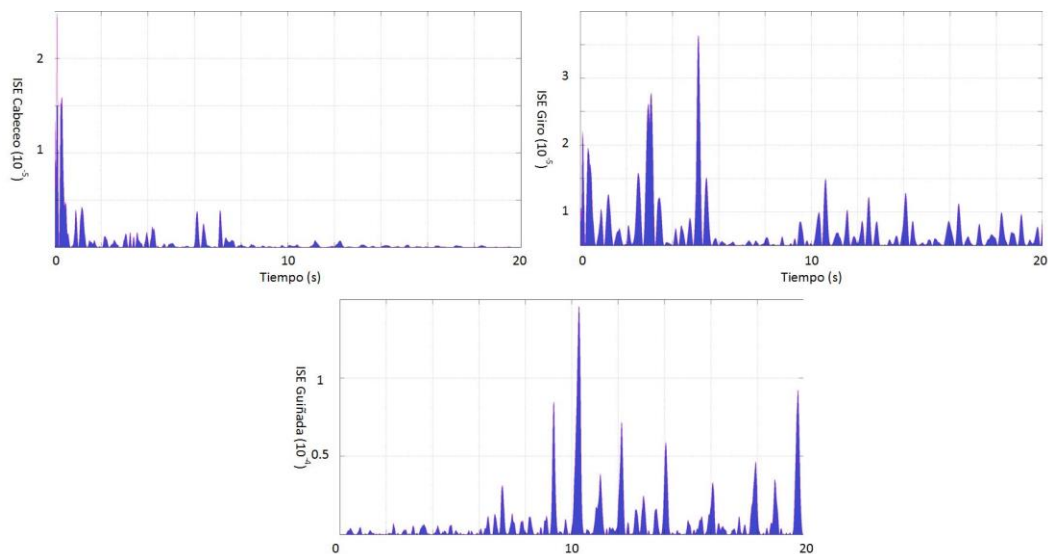


Figura 4. ISE's obtenidos en la prueba

En la figura 4 se muestran los ISE obtenidos durante la prueba, se observa que estos son del orden de 10^{-5} , indicando esto un buen desempeño, así mismo se observan picos principalmente en los puntos en los que la guiñada cambia de cuadrante y en los que el cabeceo o el giro presentan un cambio súbito.

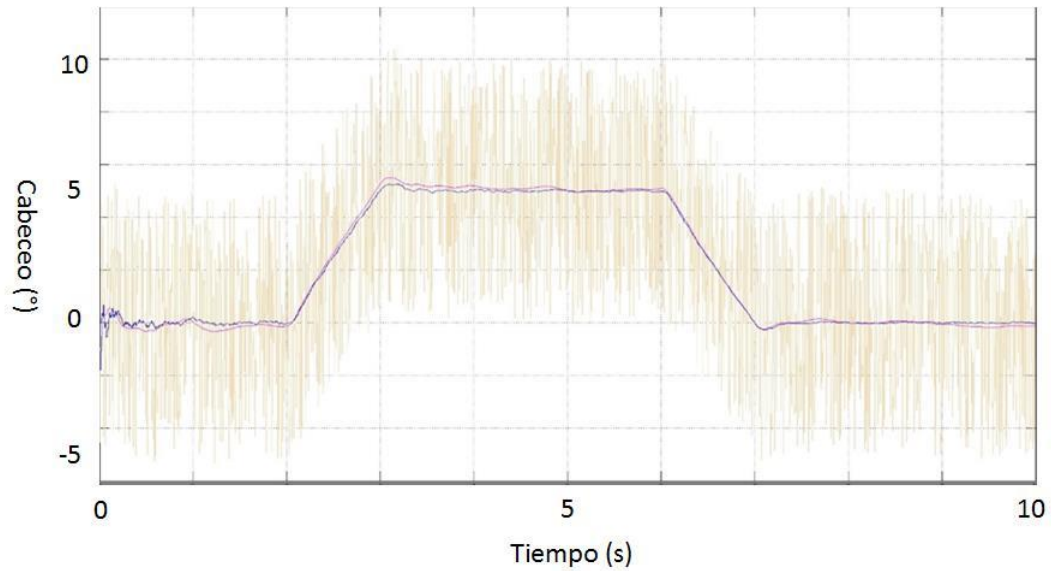


Figura 5. Gráfica del cabeceo vs medición vs estimación

En la figura 5 se muestra en color magenta el estado real del cabeceo durante la simulación de vuelo, en color beige la señal medida y en azul la estimada por el filtro de Kalman. Se observa al igual que en la figura 4 que existe un error mayor cuando se presenta una variación en el cabeceo y a pesar de esta perturbación el filtro es capaz de realizar una correcta estimación de éste.

Finalmente, la figura 6 muestra una comparativa de las ISE de los estados reales contra los estados estimados y con ruido del cabeceo y el giro, se observa que la línea delgada en color azul presenta un incremento sustancial de esta integral con los errores calculados con la señal ruidosa, mientras que la ISE de la señal estimada, representada por la línea gruesa en color magenta, se mantiene con un valor cercano a cero ambos casos.

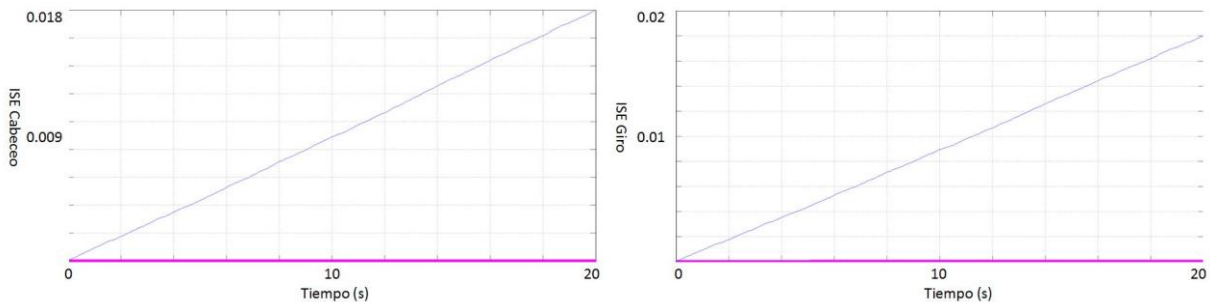


Figura 6. Gráficas de las ISE de los estados con ruido contra los estimados por el EKF

Conclusiones

El filtro de Kalman Extendido muestra una gran capacidad para estimar los estados del modelo no lineal del cuadricóptero a pesar de trabajar con un sistema linealizado y digitalizado, lo cual implica pérdida de información. Es importante recalcar que el tiempo de muestreo seleccionado para éste

debe ser lo suficientemente corto como para ser capaz de realizar estimaciones correctas, sin embargo también se debe tomar en cuenta que éste no sea tan breve como para utilizar todos los recursos del procesador en el que se implemente, por lo que es crucial mantener un equilibrio entre ambas consideraciones.

Algunos sensores además de incluir ruido en las mediciones también presentan deslizamientos, tal es el caso de los giroscopios, en estos casos es conveniente agregar una modificación al filtro de Kalman en la cual se estimen parámetros que compensen esta desviación.

Referencias

- [1] Moghavvemi, M., Salih, A., Mohamed, H., and Gaeid, K. “*Modelling and PID Controller Design for a Quadrotor Unmanned Air Vehicle*”. International Conference on Automation Quality and Testing Robotics (AQTR), IEEE, 2010.
- [2] Kumar, V. and Michael, N. “*Opportunities and Challenges with Autonomous Micro Aerial Vehicles*”. *The International Journal of Robotics Research*. SAGE, 31(11), 1279-1291, 2012.
- [3] Erginer, B. and Altug, E. “*Modelling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle*”, IEEE Intelligent Vehicles Symposium, IEEE, 894-899, 2007.
- [4] Bouabdallah, S., Noth, A., and Siegwart, R. *Pid vs Iq control techniques applied to an indoor micro quadrotor*. International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, volume 5, 2451-2456, 2004.
- [5] Bouabdallah, S., Murrieri, P., and Siegwart, R. (2004a). *Design and control of an indoor micro quadrotor*. International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE, volume 5, pages 4393-4398, 2004.
- [6] Inovan, R., Ataka, A., Tnunay, H., Abdurrahman, M. Q., Cahyadi, A., and Yamamoto, Y. (2014). *A cascade controller for linearized quadrotor model*. International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Systems (ARIS), IEEE, pages 161-164. 2014.
- [7] Goodarzi, F., Lee, T. “*Extended Kalman filter on SE (3) for geometric control of a quadrotor UAV*”, International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), IEEE, 2016.
- [8] Wang, Y., Puig, V. “*Zonotopic extended Kalman filter and fault detection of discrete-time nonlinear systems applied to a quadrotor helicopter*”, 3rd Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), IEEE, 2016.