

Control de Posición Hiperbólico de Robots Manipuladores

Ortiz Ortiz Tania J.¹, Ramos Arroyo Oscar², Cid Monjaraz Jaime³, Limón Díaz Miguel A⁴, Reyes Cortés Fernando⁵

¹ División de Tecnologías de Automatización e Información UTEQ, Mexico tania.ortiz@uteq.edu.mx,

² Facultad de Ciencias de la Electrónica BUAP, oscar_racso2@hotmail.com,

³ DITCo-CUVyTT-BUAP, jaimе.cid@correo.buap.mx,

⁴ Facultad de Ingeniería UASLP, miangellim1@gmail.com

⁵ Facultad de Ciencias de la Electrónica BUAP, fernando.reyes@correo.buap.mx

Resumen

En este artículo se aborda el problema de control de posición global para robots manipuladores. Se presenta una estructura para un regulador del tipo proporcional derivativo más compensación de gravedad, que asegure la estabilidad asintótica global del sistema de control en lazo cerrado para la dinámica no lineal del robot de acuerdo con el método directo de Lyapunov y el principio de invariancia de LaSalle, se presentan resultados experimentales en tiempo real con un robot de transmisión directa de 3 gdl.

La principal contribución de este trabajo es demostrar que el controlador propuesto con estructuras hiperbólicas logra el posicionamiento del robot, es decir tiene un punto de equilibrio con propiedades de estabilidad en forma asintótica global.

Palabras Clave: Robot, Transmisión Directa, Estabilidad de Lyapunov, Control PD con compensación de gravedad.

1. Introducción

Los procesos automáticos requieren más Robots Industriales que realicen con exactitud actividades de traslado, pintado y estibado de objetos, soldadura por arco, corte de materiales, etcétera; para lograr esto se necesitan estructuras de control confiables que regulen sus movimientos con la mayor precisión y repetitividad posible.

El estudio del control de posición y de movimiento de los Robots Manipuladores requiere del conocimiento del modelo de su dinámica así como las propiedades matemáticas que de ésta derivan. El problema de control de posición (también llamada regulación) es uno de los temas más relevantes en robótica. El objetivo principal es el posicionamiento del efector final dentro de su espacio de trabajo en la posición deseada no importando la posición inicial del brazo manipulador.

Una estrategia sencilla de regulación de posición es el PD, el cual era el algoritmo más ampliamente utilizado estudiado por Takegaki y Arimoto [1]; mientras tanto, Arimoto y Miyazaki [2] producen un sistema de control de lazo cerrado con estabilidad asintótica global para una selección trivial de ganancias proporcional y derivativa [2], a modo de contraste, el simple control PID es otra estrategia popular, sin embargo, su estructura matemática carece de estabilidad asintótica global [3-5].

En los últimos años, varios esquemas de control de tipo PD han sido desarrollados para la regulación de posición de los robots manipuladores, entre los que podemos citar: una clase de PID y Controladores PD para la posición en [3-5]; un controlador PD con ganancias proporcional y derivativa como funciones no lineales de los estados del robot propuesto en [6];

la metodología mediante el moldeo de energía donde se proponen diferentes esquemas de regulación global en [7-8]; funciones de Lyapunov de energía artificial que cumplen con la teoría de estabilidad para diseño de esquemas de control en [9-13]; un algoritmo de control con lógica difusa en [14]; y una metodología basada en la norma L_1 para la implementación de un controlador adaptativo como se presenta en [15].

En vista de la simplicidad y la aplicabilidad de regulaciones PD en aplicaciones industriales con un alto rendimiento, la principal motivación de este trabajo es proponer un nuevo esquema que conduce a la estabilidad asintótica global empleando funciones de energía artificial que cumplan con las propiedades matemáticas expuestas por el método directo de Lyapunov y el teorema de invarianza de Lasalle del sistema en lazo cerrado formado por la dinámica no lineal de robots de n grados de libertad y la estructura de control. La nueva familia tiene una estructura no lineal, que incorpora funciones hiperbólicas que logran conducir rápidamente al error de posición al punto de equilibrio, el control propuesto cae en la categoría de control a nivel de las articulaciones y requiere que la posición deseada sea en el espacio articular del manipulador.

Este documento presenta los experimentos en tiempo real para dicho control con un manipulador de tres grados de libertad con transmisiones directas en sus articulaciones. Los resultados experimentales consisten de una comparación de los errores de posición obtenidos de las cuatro familias resultantes de las funciones hiperbólicas propuestas. Este artículo está organizado de la siguiente forma: en la Sección 2 se expone el modelo matemático de la dinámica del robot manipulador y algunas propiedades útiles para el estudio de la estabilidad del punto de operación; en la Sección 3 se presentan los algoritmos para la propuesta de control y el análisis de la estabilidad asintótica global; en la Sección 4 se describe el montaje experimental basado en el robot de accionamiento directo; la sección 5 muestra la comparación experimental entre el esquema propuesto para las diferentes familias de funciones hiperbólicas y finalmente, algunas conclusiones son expuestas en la Sección 6.

2. Dinámica del Robot Manipulador

El modelo dinámico de un robot serial de eslabones considerados como cuerpos rígidos de n grados de libertad [16-17] se puede representar con vectores y matrices (1); matriz de Coriolis (2); par gravitacional (3):

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}_f(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

$$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} = M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \left[\frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right] \quad (2)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} U(\mathbf{q}) = \nabla_{\mathbf{q}} U(\mathbf{q}) \quad (3)$$

donde:

$\mathbf{q} \in R^n$	Vector de posiciones articulares.
$\dot{\mathbf{q}} \in R^n$	Vector de velocidades articulares.
$\ddot{\mathbf{q}} \in R^n$	Vector de aceleraciones articulares.
$\boldsymbol{\tau} \in R^n$	Vector de pares de entrada.
$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \in R^n$	Vector de Coriolis y fuerzas Centrípetas.
$M(\mathbf{q}) \in R^{n \times n}$	Matriz de inercia definida simétrica y positiva.
$\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in R^n$	Vector de pares gravitacionales.
$\mathbf{f}_f(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{f}) \in R^n$	Vector de pares de fricción, que incluye la fricción Viscosa, de Coulomb y Estática.

El vector de fricción de las articulaciones produce energía disipativa para velocidades diferentes de cero, dichos efectos se observan dentro de los cuadrantes primero y tercero dentro de la respuesta lineal y de saturación de los servomotores; para el caso de velocidades nulas solo el efecto de la fricción estática estará presente. El fenómeno de fricción tiene el

efecto físico de oponerse al movimiento del robot y disipa energía convirtiéndola de mecánica a térmica, se consideran los modelos tradicionales de fricción de Coulomb y Viscosa, modelándolos como una combinación lineal con la estática. Se asume que el tipo de unión entre los eslabones es de tipo rotatorio, obteniéndose una estructura matemática compleja (1).

Las matrices de fuerzas centrípetas y de coriolis: $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ y la matrix de inercia derivada con respecto al tiempo $M(\dot{\mathbf{q}})$ satisfacen del [16-17]:

$$\dot{\mathbf{q}} \left[\frac{1}{2} M(\dot{\mathbf{q}}) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \dot{\mathbf{q}}^T = 0 \quad \forall \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}} \in R^n$$

La matriz de inercia $\in R^{n \times n}$ es una matriz simétrica $M(\mathbf{q})^T = M(\mathbf{q})$, definida positiva $M(\mathbf{q}) > 0$, por lo que existe su matriz inversa $M(\mathbf{q})^{-1} \in R^{n \times n}$ siendo simétrica también $M(\mathbf{q})^{-1} = M(\mathbf{q})^{-1^T}$ y definida positiva $M(\mathbf{q})^{-1} > 0$.

Para la matriz de coriolis tenemos:

$C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in R^{n \times n}$ no es una matriz única pero el vector $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ sí lo es. Cuando el vector de velocidades articulares es cero la matriz de coriolis satisface $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{\dot{\mathbf{q}}=0} = C(\mathbf{q}, 0) = 0 \in R^{n \times n}$ para todo $\mathbf{q} \in R^n$, [16-17]. Gracias a la propiedad de antisimetría que facilita el estudio de estabilidad, la derivada temporal de la matriz de inercia y de fuerzas centrípetas y de coriolis se tiene [16-17]: $\dot{M}(\mathbf{q}) = C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T$.

3. Regulador de posición PD con funciones Hiperbólicas

El proceso de regulación implica inyección de energía en las diversas articulaciones o servomecanismos de acuerdo a una ley de control $\boldsymbol{\tau}$ de tal forma que la posición actual del robot $\mathbf{q}(t) \in R^n$ y la velocidad angular $\dot{\mathbf{q}}(t) \in R^n$ de movimiento tiendan asintóticamente al punto de equilibrio que es la posición deseada:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \rightarrow \mathbf{0} \quad (4)$$

Para cerrar el lazo se propuso trabajar con un controlador tipo proporcional-derivativo. De acuerdo a la técnica de moldeo de energía [18] se establece una gran cantidad de familias de algoritmos de control capaces de proporcionar la energía de diseño necesaria para ser inyectada a los eslabones de un robot de n-grados de libertad, como pares y puedan alcanzar la posición deseada.

La ley de control de moldeo de energía [18] utilizada es la siguiente:

$$\boldsymbol{\tau} = \nabla U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}}) - \mathbf{f}_v(K_v, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (5)$$

Donde:

- $\nabla U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}})$ es el gradiente de la energía potencial.
- La función $U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}})$ se conoce como energía potencial artificial debido a que es la energía de diseño.
- $\mathbf{f}_v(K_v, \dot{\mathbf{q}})$ es la función de inyección de amortiguamiento o freno mecánico.
- $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ representa la compensación del par de gravedad.

La ley de control propuesta que utiliza la estructura matemática de acuerdo a la siguiente ecuación es:

$$\boldsymbol{\tau} = K_p \left(\frac{\cosh^{m-1}(\tilde{\mathbf{q}}) * \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})} \right) - K_v \text{atan}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (6)$$

Donde:

$$\nabla U_a(K_p, \tilde{\mathbf{q}}) = K_p \left(\frac{\cosh^{m-1}(\tilde{\mathbf{q}}) * \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})} \right)$$

y $\mathbf{f}_v(K_v, \dot{\mathbf{q}}) = K_v \text{atan}(\dot{\mathbf{q}})$ quedan de la siguiente expresados en vectores columna:

$$\frac{\cosh^{m-1}(\tilde{\mathbf{q}}) * \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})} = \begin{bmatrix} \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{q}_1) * \sinh(\tilde{q}_1)}{1 + \cosh^m(\tilde{q}_1)} \\ \vdots \\ \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{q}_n) * \sinh(\tilde{q}_n)}{1 + \cosh^m(\tilde{q}_n)} \end{bmatrix}$$

$$\text{atan}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \text{atan}(\dot{q}_1) \\ \vdots \\ \text{atan}(\dot{q}_n) \end{bmatrix}$$

Con:

- $\mathbf{K}_p \in R^{n \times n}$ Matriz diagonal de constantes definida positiva
- $\mathbf{K}_v \in R^{n \times n}$ Matriz diagonal de constantes definida positiva
- $\mathbf{m} \in N$ Vector de aceleraciones articulares
- $\tilde{\mathbf{q}} \in R^n$ Vector Error de posición
- $\mathbf{q}_d \in R^n$ Vector de posiciones deseadas
- $\mathbf{g}(\mathbf{q}) \in R^n$ Vector de pares gravitacionales

La expresión matemática (7) representa la ecuación de lazo cerrado que combina el modelo dinámico no lineal del brazo manipulador con la estructura de control, observe que sólo se expresa la fricción viscosa:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\mathbf{q}} \\ M(\mathbf{q})^{-1} \left[\mathbf{kp} * \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{\mathbf{q}}) * \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})} - \mathbf{kv} * \text{atan}(\dot{\mathbf{q}}) - C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - B\dot{\mathbf{q}} \right] \end{bmatrix} \quad (7)$$

Para el primer elemento de la ecuación (7) cuando se alcanza la posición deseada se tiene $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$. Para el segundo elemento de la ecuación (7), la matriz de inercia $M(\mathbf{q})$ es una matriz definida positiva, y su matriz inversa $M(\mathbf{q})^{-1}$ existe y es definida positiva. La matriz de fricción viscosa B es una matriz definida positiva. Para la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \in R^{n \times n}$ puesto que $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \in R^n$.

Por diseño las matrices \mathbf{K}_p y \mathbf{K}_v , ganancias proporcionales y derivativas respectivamente, son matrices diagonales, luego la función $\mathbf{f}_v(K_v, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$. Por otro lado:

$\mathbf{kp} * \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{\mathbf{q}}) * \sinh(\tilde{\mathbf{q}})}{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$, por lo tanto el punto de equilibrio existe y es único. Por otra parte para la demostración de estabilidad se tiene que la función de Lyapunov propuesta está constituida por la cinética del robot más el gradiente de la energía potencial (8):

$$V(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \sqrt{\ln\left(\frac{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})}{2}\right)^T} \mathbf{kp} \sqrt{\ln\left(\frac{1 + \cosh^m(\tilde{\mathbf{q}})}{2}\right)} \quad (8)$$

De forma desglosada la función de Lyapunov queda:

$$V(\dot{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T M(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} \sqrt{\ln\left(\frac{1 + \cosh^m(\tilde{q}_1)}{2}\right)} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln\left(\frac{1 + \cosh^m(\tilde{q}_n)}{2}\right)} \end{bmatrix}^T \mathbf{kp} \begin{bmatrix} \sqrt{\ln\left(\frac{1 + \cosh^m(\tilde{q}_1)}{2}\right)} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln\left(\frac{1 + \cosh^m(\tilde{q}_n)}{2}\right)} \end{bmatrix}$$

Siendo la derivada temporal de la función de Lyapunov (9):

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = \dot{q}^T M(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} - k_p \frac{\cosh^{m-1}(\tilde{q}) * \sinh(\tilde{q})}{1 + \cosh^m(\tilde{q})} \quad (9)$$

Sustituyendo la ecuación de lazo cerrado y simplificando se obtiene la ecuación (10):

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} - \dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} - \dot{q}^T B \dot{q} - \dot{q}^T k_v * \text{atan}(\dot{q}) \quad (10)$$

Sabiendo que la propiedad de antisimetría:

$\frac{1}{2} \dot{q}^T [\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})] \dot{q} = 0$ del modelo dinámico, por lo tanto el desarrollo queda como (11):

$$\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = -\dot{q}^T B \dot{q} - \dot{q}^T k_v * \text{atan}(\dot{q}) \ll 0 \quad (11)$$

Mediante el teorema de invarianza de LaSalle:

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix} \in R^{2n}, \dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) = 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} \tilde{q} = 0 \\ \dot{q} = 0 \end{matrix} \right\}$$

Se demuestra estabilidad asintótica, además al probarse la unicidad del punto de equilibrio $V(0, 0) = 0$; y la derivada temporal $\dot{V}(\dot{q}, \tilde{q}) \ll 0$, como una función definida negativa, se concluye que la función de energía propuesta es una función candidata en el sentido de Lyapunov, que permitirá para cada punto de posición deseada generar un ente atractor que permita una estabilidad asintótica global del punto de equilibrio.

4. Plataforma experimental

Las pruebas de la ley de control propuesta fueron ejecutadas en una plataforma experimental de un robot antropomórfico de tres grados de libertad, el cual cuenta con una arquitectura abierta diseñada para realizar investigaciones de diversa índole.

La plataforma experimental de nombre Rotradi (figura 1), fue diseñada y construida por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), dicho robot está constituido por tres motores de transmisión directa cuyas características pueden observarse en la Tabla 1, con espacio de trabajo de 1 m.



Figura 1: Robot de tres grados de libertad, Rotradi.

Tabla 1: Características de los servomecanismos actuadores del robot manipulador experimental.

Articulación	Modelo del servomotor	Torque Máximo	Resolución
Base	DM-1015B	15 Nm	4,096,000
Hombro	DM-1050 ^a	50 Nm	4,096,000
Codo	DM-1004C	4 Nm	4,096,000

Los servomotores son operados en modo par, por lo que éstos actúan como una fuente del mismo recibiendo como señal analógica de referencia una tensión eléctrica. Para la electrónica de instrumentación es utilizada una tarjeta de control de movimiento modelo MFIO3A de marca Precision Microdynamics Company Inc., la cual es instalada en una PC con un procesador Pentium IV, se tienen también: las basadas en arquitectura FPGA que son empleadas para la lectura de los pulsos proporcionados por los encoders incrementales, 3 de convertidores D/A de 12 bits, la de los puertos I/O, 3 para timers programables para fijar el periodo de muestreo a 2.5 mseg.

El algoritmo fue programado en lenguaje C de forma estructurada con el software Borland C++ versión 3.1 instalado en un sistema operativo sistema operativo MSDOS versión 6, el cual garantiza la ejecución del algoritmo de control en tiempo real.

Se ha establecido que la articulación con nombre Base corresponde a q_1 , así mismo, la articulación de nombre Hombro corresponde a q_2 , mientras que la articulación Codo se estableció a la coordenada articular q_3 .

El algoritmo de control propuesto requiere del conocimiento a priori de la compensación de gravedad, el cual está dado por:

$$g(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 14.28 \sin(q_2) + 1.14 \sin(q_2 + q_3) \\ 1.14 \sin(q_2 + q_3) \end{bmatrix}$$

5. Resultados Experimentales

Las posiciones deseadas para cada grado de libertad fueron: $q_1 = 45^\circ$, $q_2 = 45^\circ$ y $q_3 = 90^\circ$, las cuales fueron alcanzadas por cada eslabón independientemente. En las siguientes Tablas 3.1 y 3.2 se describen a que articulación corresponde la variable graficada:

Tabla 3.1: Trazos para los errores articulares.

Gráficas de errores de posición articular		
Trazo Azul	Base	\tilde{q}_1
Trazo Verde	Hombro	\tilde{q}_2
Trazo Rojo	Codo	\tilde{q}_3

Tabla 3.2: Trazos para los pares aplicados.

Gráficas de pares aplicados a las articulaciones		
Trazo Azul	Base	τ_1
Trazo Verde	Hombro	τ_2
Trazo Rojo	Codo	τ_3

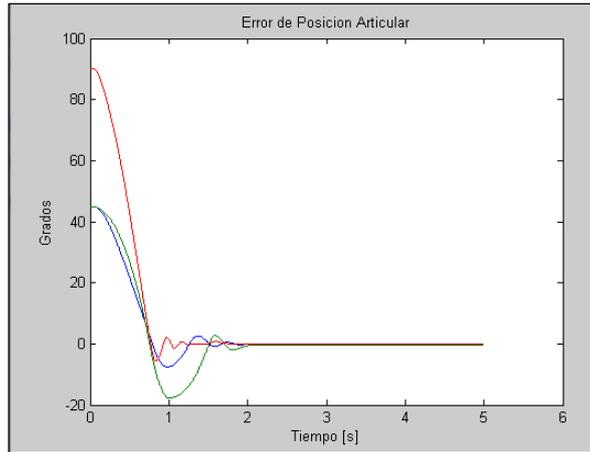


Figura 2. Errores de posición: Base, Hombro y Codo

Los parámetros de diseño que fueron empleados en la figura 2 fueron los siguientes:
 $m=1$, $kp_1=kp_2=25$, $kp_3=3$, $kv_1=0.1$ kp_1 , $kv_2=0.6$ kp_2 , $kv_3=0.1$ kp_3 .

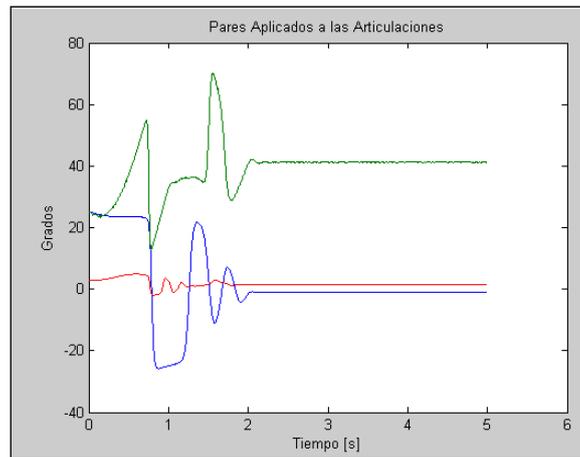


Figura 3: Pares Aplicados: Base, Hombro y Codo.

$m=1$, $kp_1=kp_2=25$, $kp_3=3$, $kv_1=0.1$ kp_1 , $kv_2=0.6$ kp_2 , $kv_3=0.1$ kp_3 .

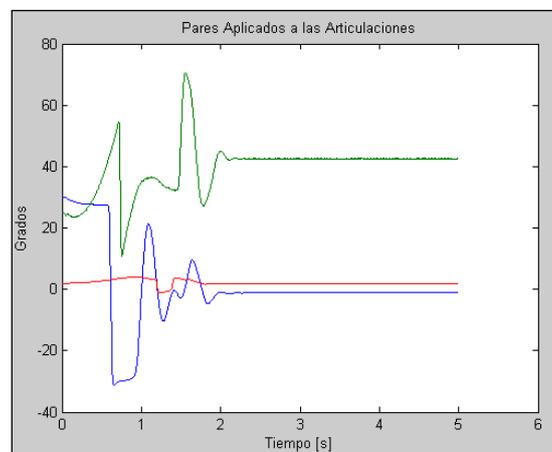


Figura 4: Pares Aplicados: Base, Hombro y Codo.

Siendo los parámetros de diseño de la figura 3.1 los que a continuación se enlistan: $m=2$, $kp1=30$, $kp2=25$, $kp3=2$, $kv1=0.1$ $kp1$, $kv2=0.6$ $kp2$, $kv3=0.1$ $kp3$.

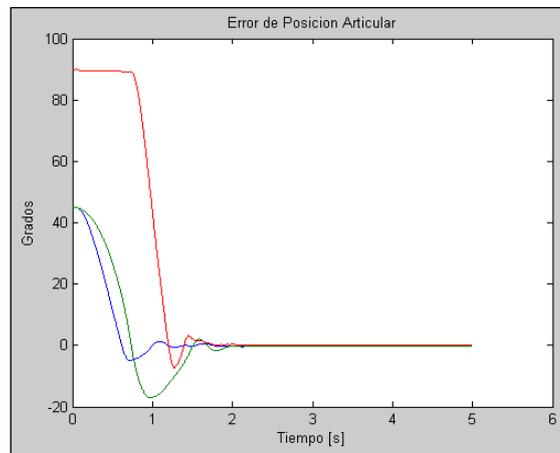


Figura 5: Errores de posición: Base, Hombro y Codo.

Mientras que la figura 4 se utilizaron los siguientes parámetros del algoritmo de control: $m=2$, $kp1=30$, $kp2=25$, $kp3=2$, $kv1=0.1$ $kp1$, $kv2=0.6$ $kp2$, $kv3=0.1$ $kp3$.

Las gráficas de los errores de posición que se muestran en la figuras 2 y 5 corresponden a los exponentes $m=1$ y $m=2$, respectivamente; se observa el trazo de la dinámica del movimiento de los eslabones al alcanzar las distintas posiciones deseadas. Cuando $t=2$ segundos todas las articulaciones han alcanzado de forma exitosa el valor de referencia, pudiéndose observar en las gráficas errores finales en el estado estable de valor nulo, satisfaciendo la condición de estabilidad denotada por (11). De acuerdo a la condición de estabilidad: un punto de equilibrio funciona como una región de atracción de las variables de estado (error de posición y velocidad articular), donde la potencia dinámica de la función de Lyapunov reduce la variación del suministro de energía de forma progresiva y asintótica a cero dentro de las variables de estado, lográndose el objetivo del control denotada por (4).

Mientras que en las figuras 3 y 4, se observan los trazos de los pares aplicados a cada grado de libertad obtenidos, los cuales son suministrados a los servomotores de acuerdo a la ley de control. El par suministrado en un tiempo inicial tiene una amplitud con valores positivos y negativos para el caso de la articulación denominada base q_1 en los cuatro casos y solo para q_2 (hombro) en el caso cuando m vale 1. Conforme el tiempo evoluciona las articulaciones llegan a la posición deseada, los errores de posición se vuelven negativos cuando existen desvíos de la posición de referencia.

6. Conclusiones

Se ha presentado una nueva estrategia de control de posición (regulación de robots manipuladores) compuesta de funciones hiperbólicas con demostración formal de estabilidad asintótica global del punto de equilibrio de la ecuación en lazo cerrado que forma el modelo dinámico del robot con el algoritmo propuesto.

La regulación de posición PD con funciones hiperbólicas y con compensación de gravedad es una estrategia confiable que proporciona respuestas satisfactorias pues cumple con el objetivo de control de regulación errores nulos y velocidades nulas. Los eslabones se mueven a las posiciones deseadas como fue presentado en los resultados experimentales. Mediante la utilización de familias de funciones hiperbólicas asegura la no saturación de los servomotores. Los resultados sugieren que se alcanzan las posiciones deseadas para los tres

eslabones aproximadamente en 2 segundos, por lo que el controlador propuesto con la función candidata en el sentido de Lyapunov trabajan de forma óptima.

Referencias

- [1] M. Takegaki and S. Arimoto, *A new feedback method for dynamic control of manipulator*, ASME J. Dynamics Syst. Measurement and Control, Vol.103, 1981, pp. 119-125.
- [2] A. S. Miyazakif, *Stability and robustness of PD feedback control with gravity compensation for robot manipulator*, in *Robotics: Theory and Application DSC*, Vol.3. Edited by F. Paul, 1986.
- [3] R. Kelly, *Global Positioning of Robot Manipulators via PD Control Plus a Class of Nonlinear Integral Actions*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 43, No. 7, 1998, pp. 934-938.
- [4] R. Kelly, *A tuning procedure for stable PID control of robot manipulators*, Robotica Cambridge University Press, Vol. 13, 1995, pp. 141-148.
- [5] J. Alvarez, V. Santibañez and R. Campa, *Stability of Robot Manipulators Under Saturated PID Compensation*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, No. 6, 2008, pp. 1333-1341.
- [6] Y. Xu, J. M. Hollerback and D. Ma, *A nonlinear PD controller for force and contact transient control*, IEEE Control Systems, Vol. 15, No. 1, 1993, 15-21.
- [7] R. Kelly and V. Santibañez, *Global Regulation of Elastic Joint Robots Based on Energy Shaping*, Transactions on Automatic Control, Vol. 43, No. 10, 1998, pp. 1451-1456.
- [8] V. Santibañez, R. Kelly and F. Reyes, *A New Set-Point Controller with Bounded Torques for Robot Manipulators*, IEEE Transactions on Industrial electronics, Vol. 45, No. 1, 1998, pp. 126-133.
- [9] F. Azenc, M. Malisoff, *Strict Lyapunov Function Constructions Under LaSalle Conditions With an Application to Lotka-Volterra Systems*, IEEE Trans on Automatic Control, Vol. 55, April 2010, p.841.
- [10] F. Mazenc and S. Bowong, *Tracking Trajectories of Feedforward Systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No. 8, 2002, pp.1338-1342.
- [11] K. Takahashi, M. Sasaki, *Remarks on tip angular position control of single-link flexible robot arm using modified Lyapunov function*, International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), August 2010, p.1024.
- [12] J. Kasac, B. Novakovic, D. Majetic and D. Brezak, *Global Positioning of Robot Manipulators With Mixed Revolute and Prismatic Joints*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 51, No.6, 2006, pp. 1035-1040.
- [13] C. Xie and Y. Lin, *A stability theorem and applications in control designs*, 8th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), June 2010, p.1758.
- [14] V. Santibañez, R. Kelly and M. Llama, *A novel global asymptotic stable set-point fuzzy controller with bounded torques for robot manipulators*, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 13, No. 3, 2005, pp. 362-372.
- [15] H. Sun, N. Hovakimyan and B. Tamer. *L1 Adaptive controller for uncertain nonlinear multi-input multioutput systems with input quantization*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 57, No. 3, March 2012, pp. 565-578.
- [16] M. W. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*, John Wiley and Sons, NY, 1989.
- [17] L. Sciavicco and B. Siciliano, *Modeling and Control of Robot Manipulators*, Springer-Verlag, London, 2005.
- [18] Cortés F. R. (2011). *Robótica, Control de Robots Manipuladores*, Alfaomega Grupo Editor, Primera Edición, México.