

# Control de Posición de un Robot Manipulador mediante un Algoritmo de Control en Espacio Cartesiano

Sánchez-Sánchez Pablo y Reyes-Cortés Fernando

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
F. C. E. \ Posgrado en Automatización  
lepable@ece.buap.mx y freyes@ece.buap.mx

*Abstract*—El objetivo principal de este artículo es el Control de Posición de Robots Manipuladores mediante la implementación de un nuevo controlador en Espacio Cartesiano. Para plantear el controlador se utilizó el método de Moldeo de Energía y mediante el método de Lyapunov se demostró formalmente su estabilidad. Es importante realizar la comparación del controlador propuesto con uno existente, por tal motivo obtenemos la representación del Controlador PD en Espacio Cartesiano, este análisis se realiza en función del Índice de Desempeño del robot, por lo cual se utiliza la norma  $\mathcal{L}_2$ .

*Palabras Clave:* Controlador Cartesiano, Controlador Jacobiano Transpuesto, Moldeo de Energía, Energía Potencial Artificial, DRILL-BOT, Índice de Desempeño.

## I. INTRODUCCIÓN

Un robot es un manipulador multifuncional reprogramable diseñado para manipular materiales, herramientas o dispositivos especializados, a través de movimientos variables programados para la obtención del buen desempeño en una gran variedad de tareas [1]. Desde un punto de vista industrial, un robot es una herramienta clave debido a que es capaz de realizar tareas repetitivas y monótonas de forma rápida, barata y precisa, tareas en las cuales el rendimiento de una persona podría disminuir con el tiempo [2], [3], [4], [5].

Para realizar el control de un robot necesitamos conocer parcialmente su Modelo Dinámico y en cierta medida experiencia para programarlo. El **Modelo Dinámico** es aquel que describe el comportamiento de un sistema a un estímulo específico, ya sea este un estímulo interno o externo. Esta representación matemática se obtiene básicamente aplicando leyes de la física para interpretar la dinámica del robot [6].

En todo sistema de control, el objetivo es mantener la variable de control dentro de ciertos límites permitidos por el sistema, generando varias problemáticas entorno al control del robot, una de ellas es el **Control de Posición**, el cual consiste en llevar el efector

final del robot desde una posición inicial  $q_0$  hacia una posición deseada  $q_d$ , es decir, encontrar un par aplicado  $\tau$  tal que el error de posición  $\tilde{q}$  tienda a cero cuando el tiempo  $t$  evoluciona hacia infinito. Un aspecto importante al razonar acerca de las acciones que intervienen en el movimiento de un robot es el **Espacio de Trabajo**, interpretado por el usuario como Espacio Cartesiano, esto debido a su sencillez, por lo que el usuario puede determinar intuitivamente donde se colocará el actuador final del robot usando las magnitudes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Debido a esto, es conveniente trabajar en coordenadas cartesianas ya que al trabajar en este espacio coordenado simplificamos la interpretación por parte del usuario.

Para realizar la transformación de coordenadas Articulares a coordenadas Cartesianas se utilizan transformaciones lineales, es importante observar que las matrices que se generan de esta transformación, *Matrices Jacobinas*  $J(q)$ , sean no singulares para poder ser invertidas,  $J(q)^{-1}$ . Debido a la posibilidad de que una matriz sea singular e indefina el sistema se utiliza la matriz *Jacobiana Transpuesta*  $J(q)^T$ , aportación realizada por S. Arimoto en 1981 eliminando las posibles singularidades, la **Singularidad** debe de entenderse como movimientos que no pueden ser desempeñados por el robot debido a que no se puede mover a la posición deseada  $q_d$  cuando la matriz Jacobiana no se puede invertir, es decir su determinante es cero, por lo cual para el desarrollo de *Controladores Cartesianos* utilizaremos la matriz *Jacobina Transpuesta*  $J(q)^T$  [7].

El artículo esta organizado de la siguiente forma: en la sección 2 se describe la dinámica de un robot rígido y sus propiedades, en la sección 3 se describe el controlador propuesto realizando el análisis de estabilidad en términos de Lyapunov. El sistema experimental y los resultados se describen en la sección 4 y finalmente las conclusiones son descritas en la sección 5.

## II. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT

Para realizar el control de un robot es necesario determinar su comportamiento dinámico, para lo cual aplicando leyes de la física podemos establecer su modelo matemático [6]. Para obtener el modelo matemático debemos considerar la Energía Total del sistema  $\mathcal{E}(q, \dot{q})$  y la Dinámica del Robot Manipulador [8].

Un método ampliamente utilizado para obtener el Modelo Dinámico de un robot manipulador es el *Método de Euler-Lagrange* [9], al resolver la ecuación de Lagrange para un sistema conservativo [6], [10], [11], [12], [13], ecuación que se define como:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau - f(\tau, \dot{q}) \quad (1)$$

donde  $q, \dot{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  son el vector de desplazamiento y velocidad articular respectivamente,  $\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  es un vector de fuerzas y pares aplicados,  $f(\tau, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  es el vector de fricción y el Lagrangiano  $\mathcal{L}(q, \dot{q})$  es la diferencia entre la energía cinética y la potencial [6], [10], [11], [12], [13],

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{U}(q), \quad (2)$$

obtenemos el *Modelo Dinámico del Robot Manipulador* cuya su representación matemática es la siguiente:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(\tau, \dot{q}) + \tau_d = \tau \quad (3)$$

donde  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  son el vector de posición, velocidad y aceleración articular del robot, respectivamente,  $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de Inercias,  $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de Coriolis y Fuerza Centrípeta,  $g(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  es el par gravitacional,  $f(\tau, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  es el vector de Fricción,  $\tau \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  es el par aplicado y  $\tau_d \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  representa las perturbaciones externas [14]. En ausencia de la fricción y otras perturbaciones, el modelo dinámico para un robot rígido de  $n$  grados de libertad es el siguiente [15], [16], [17], [18], [19]:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau. \quad (4)$$

Ahora bien, la cinemática directa de un robot manipulador usualmente está definida por un conjunto de ecuaciones no lineales:

$$x = f(q) \quad (5)$$

donde  $x$  es un vector de coordenadas cartesianas y  $f$  es un mapa de funciones articulares del vector  $q$ . Al calcular la inversa de la ecuación (5),

$$q = f^{-1}(x), \quad (6)$$

se lleva a la velocidad y a la aceleración articular a la vecindad de una Singularidad. Típicamente, mediante el uso de Métodos Numéricos se mantienen estas cantidades dentro de los límites permitidos [20], pero esta no es la solución idónea. Para solucionar el problema de la Singularidad se utiliza la matriz Jacobiana Transpuesta, mediante el uso de esta matriz podemos relacionar la velocidad articular y la velocidad cartesiana de la siguiente forma:

$$\dot{x} = J(q)\dot{q}, \quad (7)$$

cuya representación inversa es:

$$\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{x}. \quad (8)$$

Después de realizar derivadas temporales y algunas operaciones algebraicas podemos relacionar el Espacio Articular con el Espacio Cartesiano, tabla I.

TABLE I  
COORDENADAS ARTICULARES A CARTESIANAS

Coordenadas Articulares	Coordenadas Cartesianas
$\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{x}$	$\dot{x} = J(q)\dot{q}$
$\ddot{q} = J(q)^{-1}\ddot{x} - J(q)^{-1}\dot{J}(q)J(q)^{-1}\dot{x}$	$\ddot{x} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q}$

Ahora bien, considerando el esquema de control propuesto por Arimoto [21] en 1981 basado en la **Conservación de la Energía**,

$$\tau = J(q)^T \mathcal{F} \quad (9)$$

donde  $\tau$  es el vector del torque aplicado,  $J(q)$  es la Matriz Jacobiana y  $\mathcal{F}$  es el vector de fuerza aplicada al efector final, podemos obtener la representación del *Modelo Dinámico en Coordenadas Cartesianas*:

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + g(x) = \tau_x, \quad (10)$$

donde:

$$M(x) = J^{-T} M(q) J(q)^{-1} \quad (11)$$

$$C(x, \dot{x}) = J^{-T} [C J^{-1} - M J^{-1} \dot{J} J^{-1}] \quad (12)$$

$$g(x) = J^{-T} g(q) \quad (13)$$

$$\tau_x = \mathcal{F}. \quad (14)$$

A continuación se señalan las características más importantes del Modelo Dinámico del Robot Manipulador en Coordenadas Cartesianas, ecuación (10), las cuales se toman en cuenta para el diseño de Controladores.

*Propiedad 1:* La matriz de inercias  $M(x)$  es una matriz definida positiva  $M(x) > 0$ , y es considerada una pseudo matriz de inercias. Esta pseudo matriz está acotada [22]:

$$\mu_1(x)I \leq M(x) \leq \mu_2(x)I \quad (15)$$

donde  $I$  es la matriz Identidad,  $\mu_1(x) \neq 0$  y  $\mu_2(x)$  es una constante escalar para una revolución de una articulación, generalmente es una función escalar de  $x$  para una articulación prismática [23]. Se dice que la matriz  $M(x) = J(q)^{-T}M(q)J(q)^{-1}$  es definida positiva debido a que tiene la estructura  $Q^T A Q$  donde  $Q$  se sustituye por la matriz  $J(q)^{-1}$  y  $A$  es una matriz simétrica [24].

*Propiedad 2:* Se considera que la matriz Anti-simétrica  $\dot{x}^T [\dot{M}(x) - 2C_m(x, \dot{x})] \dot{x} \equiv 0$ , ya que:

$$\dot{M}(x) = C(x, \dot{x}) + C(x, \dot{x})^T. \quad (16)$$

La matriz  $C(x, \dot{x})$  es una matriz lineal con respecto a  $x$  y acotada con respecto a  $\dot{x}$  desde  $k_c \in \mathbb{R}_+$  es decir:

$$\|C(x, \dot{x})\| \leq k_c(x) \|\dot{x}\|. \quad (17)$$

donde  $k_c(x)$  es un escalar constante para una revolución de una articulación, generalmente es una función escalar de  $x$  para una articulación prismática [23].

*Propiedad 3:* El par gravitacional  $g(x) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  se obtiene mediante el Gradiente de la Energía Potencial  $\mathcal{U}(x)$  del robot [22],

$$g(x) = \frac{\partial \mathcal{U}(x)}{\partial x} \quad (18)$$

donde  $\mathcal{U}(x)$  es la Energía Potencial expresada en el espacio operacional y se supone acotada desde abajo [22], es decir, se encuentra acotada de la siguiente forma:

$$\left\| \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right\| \leq k_g \quad (19)$$

donde  $k_x$  es un escalar constante.

### III. CONTROLADORES CARTESIANOS

En esta sección se presenta la metodología, **Moldeo de Energía**, utilizada para proponer el controlador y los resultados referentes al análisis de Estabilidad de los controladores estudiados.

#### III-A. Moldeo de Energía en Espacio Cartesiano

Típicamente para proponer controladores en espacio Articular se utiliza el Método de Moldeo de Energía [3], [9], [10], [11], [13], [14], [15], [18], para proponer nuestro controlador en espacio cartesiano nos basaremos en esta metodología. El primer paso es considerar el Modelo Dinámico sin fricción y otras perturbaciones [9], [10], [13], [14], [15], [16], [18], [20] y el siguiente esquema de control:

$$\tau_x = \nabla \mathcal{U}(k_p, \tilde{x}) - f_v(k_v, \dot{x}) + g(x) + f(\tau_x, \dot{x}) \quad (20)$$

donde  $\mathcal{U}(k_p, \tilde{q})$  es la *Energía Potencial Artificial* que depende de  $k_p$  y está definida por:

$$\mathcal{U}(k_p, \tilde{x}) = \frac{f(\tilde{x})^T k_p f(\tilde{x})}{2} \quad (21)$$

el término  $f_v(k_v, \dot{q})$  es una *Función Derivativa* que depende de  $k_v$  (función de amortiguamiento).

Además, se debe considerar una función de Lyapunov de la forma:

$$V(\dot{x}, \tilde{x}) = \frac{\dot{x}^T M(x) \dot{x}}{2} + \mathcal{U}(k_x, \tilde{x}). \quad (22)$$

El método de *Moldeo de Energía* consiste en encontrar una función  $\mathcal{U}(k_q, \tilde{q})$  que cumpla con las condiciones de la función de Lyapunov:

$$\begin{aligned} V(0, 0) &= 0 & \forall \dot{x}, \tilde{x} &= 0 \\ V(\dot{x}, \tilde{x}) &> 0 & \forall \dot{x}, \tilde{x} &\neq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

y al derivar la función de Lyapunov, ecuación (27),

$$\dot{V}(\dot{x}, \tilde{x}) = \dot{x}^T M(x) \ddot{x} + \frac{\dot{x}^T \dot{M}(x) \dot{x}}{2} - \frac{\partial \mathcal{U}(k_p, \tilde{x})^T}{\partial \tilde{x}} \dot{\tilde{x}}, \quad (24)$$

obtenemos un punto de equilibrio estable, cumpliendo con la condición:

$$\dot{V}(\dot{x}, \tilde{x}) \leq 0, \quad (25)$$

comprobando Estabilidad Asintótica Global con el empleo del *Teorema de LaSalle*:

$$\dot{V}(\dot{x}, \tilde{x}) < 0. \quad (26)$$

#### III-B. Controlador Cartesiano PD

$$\tau_x = J^T [K_p \tilde{x} - K_v \dot{x}] + g(x) + f(\tau_x, \dot{x}) \quad (27)$$

donde  $\tilde{x}$  es el error de posición en coordenadas cartesianas, es decir señala la diferencia entre la posición deseada  $x_d$  y la posición real  $x$ ,  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $K_v$  es la ganancia derivativa,  $g(x)$  es el Par gravitacional y  $f(\tau_x, \dot{x})$  es el vector de fricción. La ecuación de lazo cerrado se obtiene combinando el modelo dinámico del robot, ecuación (4), y el esquema de control, ecuación (27), obteniendo la siguiente representación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{x} \\ M(x)^{-1} [K_p \tilde{x} - K_v \dot{x} - C(x, \dot{x}) \dot{x}] \end{bmatrix} \quad (28)$$

en esta ecuación se observa la existencia de un punto de equilibrio único. Ahora bien, se propone la siguiente función de Lyapunov, en base a la ecuación (22):

$$V(\dot{x}, \tilde{x}) = \frac{\dot{x}^T M(x) \dot{x}}{2} + \frac{\tilde{x}^T K_p \tilde{x}}{2}. \quad (29)$$



Ahora bien, se propone la siguiente función de Lyapunov, en base a la ecuación (22):

$$V(\dot{x}, \tilde{x}) = \frac{\dot{x}^T M(x) \dot{x}}{2} + \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_1))} \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_2))} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_n))} \end{bmatrix}^T$$

$$K_p \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_1))} \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_2))} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_n))} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Al derivar la función de Lyapunov, ecuación (39), tenemos:

$$\dot{V}(\dot{x}, \tilde{x}) = \dot{x}^T M(x) \ddot{x} + \frac{\dot{x}^T \dot{M}(x) \dot{x}}{2}$$

$$+ \begin{bmatrix} \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_1))} \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_2))} \\ \vdots \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}_n))} \end{bmatrix}^T K_p \begin{bmatrix} \tanh \tilde{x} \\ \sqrt{\ln(\cosh(\tilde{x}))} \end{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \quad (40)$$

y después de un poco de algebra y utilizando la propiedad 2 podemos escribir la siguiente ecuación:

$$\dot{V} = -\dot{x}^T K_v \begin{bmatrix} \tanh(\dot{x}_1) \sqrt[2j]{1 + \tanh^{2j}(\dot{x}_1)} \\ \tanh(\dot{x}_2) \sqrt[2j]{1 + \tanh^{2j}(\dot{x}_2)} \\ \vdots \\ \tanh(\dot{x}_n) \sqrt[2j]{1 + \tanh^{2j}(\dot{x}_n)} \end{bmatrix} \leq 0. \quad (41)$$

Como se observa la derivada de la Función de Lyapunov es Semidefinida Negativa, demostrando que el punto de equilibrio es Estable, obteniendo estabilidad asintótica global con el empleo del *Teorema de LaSalle*:

$$\dot{V}(\dot{x}, \tilde{x}) < 0. \quad (42)$$

En la región:

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \dot{x} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n : V(\tilde{x}, \dot{x}) = 0 \right\} \quad (43)$$

donde  $[\tilde{x}^T \quad \dot{x}^T]^T = 0 \in \mathbb{R}^{2n}$ .

#### IV. DESCRIPCIÓN DE SISTEMA EXPERIMENTAL

Para realizar la evaluación experimental de los controladores propuestos se diseñó un prototipo cartesiano de tres grados de libertad, el robot cuenta con tres servomotores *E450[450oz - in]* y encoders HP con una resolución de  $1024000p/rev$ . La figura 3 ilustra el prototipo usado.

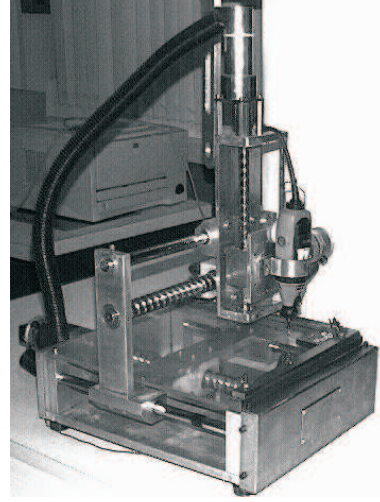


Fig. 3. Prototipo Experimental. "DRILL-BOT"

##### IV-A. Resultados Experimentales

El objetivo principal de este artículo es proponer un Controlador en Espacio Cartesiano y compararlo con uno existente en el mismo espacio. Se seleccionó el Controlador PD debido a que es un controlador que cuenta con demostración formal de estabilidad, siendo este un controlador Asintóticamente Estable en forma Global. Para concluir que un controlador es mejor que otro se utiliza el Índice de Desempeño.

##### IV-B. Índice de Desempeño

El Índice de Desempeño se utiliza para medir la norma  $\mathcal{L}^2$  del error de posición. Un valor pequeño de  $\mathcal{L}^2$  representa un error más pequeño y por lo tanto indica un mejor desempeño [25].

$$\mathcal{L}^2[\tilde{x}] = \sqrt{\frac{1}{t-t_0} \int_{t_0}^t \|\tilde{x}\|^2 dt} \quad (44)$$

#### V. CONCLUSIONES

En este artículo se ha descrito un prototipo experimental utilizado para evaluar controladores en espacio cartesiano. El objetivo principal de este sistema es proporcionar una herramienta para la evaluación de controladores analizados teóricamente. Mediante el análisis del Índice de Desempeño pudimos corroborar que el Controlador Cartesiano de Pascal tiene un me-

jor comportamiento que el Controlador Cartesiano PD. Por lo que podemos concluir que el Controlador propuesto es mejor desde un punto de vista de desempeño.

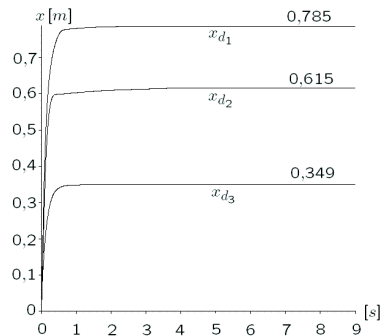


Fig. 4. Grafica del Controlador Cartesiano de Pascal (Posición).

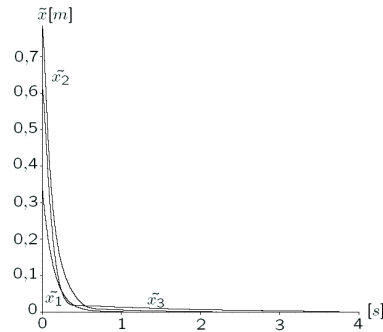


Fig. 5. Controlador Cartesiano de Pascal (Error de Posición)

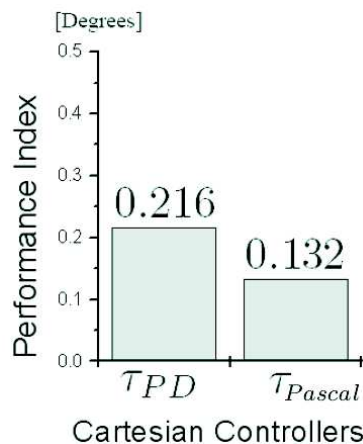


Fig. 6. Índice de Desempeño.

#### REFERENCES

[1] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, (New York: John Wiley and Sons Inc., 1976).

[2] C. S. G. Lee, R. C. Gonzáles and K. S. Fu, *Tutorial on Robotics*, (Silver Springs, MD: IEEE Computer Society Press, 1986).

[3] M. Brady, J. H. Hollerbach, T. L. Johnson, T. Lozano-Perez, and M. T. Mason, *Robot Motion: Planning and Control*, (Cambridge, MA: MIT Press, 1982).

[4] A. J. Critchlow, *Introduction to Robotics*, (New York: Macmillan, 1985).

[5] G. Beni and S. Hackwood, *Recent Advances in Robotics*, (New York: Wiley, 1985).

[6] A. K. Beczzy, *Robot arm dynamics and control*, (Technical Memo 33-669, Pasadena, CA: NASA Jet Propulsion Laboratory, 1976).

[7] R. Kelly, R. Haber, R. Haber-Guerra and F. Reyes, Lyapunov Stable Control of Robot Manipulators: A Fuzzy Self-Tuning Procedure, *Intelligent Automation and Soft Computing*, 5(4), 1999, 313-326.

[8] F. Reyes and R. Kelly, Experimental Evaluation of Identification Schemes on a Direct Drive Robot, *Robotica*, 15(5), 1997, 563-571.

[9] A. Loría, *On Output Feedback Control of Euler-Lagrange*, (France: Université de Technologie de Compiègne, PhD Thesis, 1996)

[10] H. Goldstein, *Classical Dynamics*, (Reading, MA.: Addison-Wesley, 1950).

[11] A. Barrientos, L. F. Peñin, C. Balaguer and R. Aracil, *Fundamentos de Robótica*, (Madrid, España: McGraw Hill, 1997).

[12] L. Sciavicco and B. Siciliano, *Modeling and Control of Robot Manipulators*, (Napoles, Italia: McGraw Hill, 1996).

[13] V. Santibáñez, R. Kelly and F. Reyes, A New Set-Point Controller with Bounded Torques for Robot Manipulators, *IEEE transaction on Industrial Electronics*, 45(4), 1998, 126-133.

[14] R. J. Shilling, *Fundamentals of Robotics: Analysis and Control*, (Eaglewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990).

[15] W. S. Tang and J. Wang, Two recurrent neural networks for local joint torque optimization of kinematically redundant manipulators, *IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics*, 30(1), 2000, 120-128.

[16] F. Reyes and C. Campuzano, PD-Type Controller with Nonlinear Proportional Gain for Robot Manipulators, *XX Congreso Internacional Académico de Ingeniería Electrónica*, Puebla, México, 1998, 357-360.

[17] V. Santibáñez and R. Kelly, Analysis of Energy Shaping based controllers for elastic joint robots via passivity theory, *Proceedings of the 36th conference on decision and control*, San Diego, California, 1997, 1347-1352.

[18] V. Santibáñez and R. Kelly, A class of nonlinear PID global regulators for robot manipulators, *Proceedings of the 1998 IEEE International conference on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, 1998, 3601-3606.

[19] M. M. Pérez Trujillo, *Control de Movimiento de un Robot Manipulador de Dos Grados Libertad*, (México: INAOE, MC. Tesis, 1999)

[20] G. Schreiber and G. Hirzinger, Singularity Consistent Inverse Kinematics by enhancing the Jacobian Transpose, *Proceeding of the Advances in Robot Kinematic: Analysis and Control ARK98*, Wolfgangsee, Germany, 1998, 209-216.

[21] M. Takegaki and S. Arimoto, A New Feedback Method for Dynamic Control of Manipulators, *Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, 102(2), 1981, 119-125.

[22] A. Loría and R. Ortega, Force/Position Regulation for Robot Manipulators with Unmeasurable Velocities and Uncertain Gravity, *Proceeding IFAC Workshop on Motion Control*, Munich, Germany, 1995.

[23] R. Kelly, V. Santibáñez and F. Reyes, A Class of Adaptive Regulators for robot manipulator, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 12(1), 1998, 41-62.

[24] A. G. Kurososh, *Curso de Algebra Superior*, (Moscu: Editorial MIR, 1968).

[25] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, (New Jersey: Prentice Hall, 2002).